Зурнаджан, А.В. Коханов // Астраханский медицинский журнал. − 2017. − Т. 12, № 2. − С. 63-69.
4. Попова Т.Н., Рахманова Т.И., Попов С.С. Медицинская энзимология: учебное пособие. – Воронеж.: Издательско-полиграфический центр Воронежского ГУ. 2008. – 63 с.
5. Серебряков А.А., Мусатов О.В., Луцева О.А., Коханов А.В., Зурнаджан С.А. Активность некоторых ферментов при моделировании повреждения почек в эксперименте // Современные проблемы науки и образования. – 2018. – № 3
6. Хватова Е. М. Свойства NAD-зависимых ферментов мозга в условиях гипоксии и ишемии / Е. М. Хватова, А. А. Гарсия, М. Р. Гайнуллин // Вестник Российской академии медицинских наук. 2008. № 2. С. 13–16.

УДК 51
DOI 10.33514/1694-7851-2022-2-294-302

Афанасьев В.В.
К. Д.Ушинский атындагы Ярославль мамлекеттик педагогикалык университети, пед.и.д.,профессор
Афанасьев В.В.
Ярославский государственный педагогический универстет им. К.Д. Ушинского, д.пед.н., профессор
Afanasiev B.B.
Yaroslavl State Pedagogical University K.D. Ushinskog, Doctor of Pedagogical Sciences, Professor

ФИГУРАЛЫК САНДАР ЖАНА КЫЗЫКТУУ ҮЧ БУРЧТУКТАР
ФИГУРНЫЕ ЧИСЛА И ЗАНИМАТЕЛЬНЫЕ ТРЕУГОЛЬНИКИ
FIGURE NUMBERS AND ENTERTAINING TRIANGLES

Аннотация: Макалада белгилүү Баскаль менен Лейбництин үч бурчтуктарын жана алардын аналогдорун курууга болгон ыкмалар каралат. Ал математиканын коолдугун бала чакта билим берүүнүн өзгөчө чөйрөсүндө көрүүгө мүмкүнчүлүк берет. Окуучулар геометриялык түшүнүктөр менен таанышуу менен сандардын ажайып дүйнөсүнө чөмүлүшөт.

Аннотация: в работе рассматриваются подходы к построению известных треугольников Паскаля и Лейбница и их аналогов, которые позволяют увидеть красоту математики уже в достаточно раннем возрасте и специальной обстановке дополнительного образования. Учащиеся не только знакомятся с использованием геометрических понятий для лучшей иллюстрации арифметических операций, но и погружаются в удивительный мир чисел.

Abstract: the paper discusses approaches to the construction of the well-known Pascal and Leibniz triangles and their analogues, which allow you to see the beauty of mathematics at a fairly early age and in a special environment of additional education. Students not only get acquainted with the use of geometric concepts to better illustrate arithmetic operations, but also immerse themselves in the wonderful world of numbers.

Негизги сөздөр: окуучулардын чыгармачылык өнүгүүсү, сандарды кошуу жана кемитүү, бүтүн сандар, классикалык үч бурчтуктар, таш арифметикасы, фигуралык сандар, сандар ортосундагы катыштар, гармониялык ыраттуулук, үч бурчтуктар, так сандар.

Ключевые слова: творческое развитие учащихся, сложение и вычитание чисел, натуральные числа, классические треугольники, каменная арифметика, фигурные числа, соотношения между числами, гармоническая последовательность, треугольные нечётные чисел.

Keywords: creative development of students, addition and subtraction of numbers, natural numbers, classical triangles, stone arithmetic, curly numbers, relations between numbers, harmonic sequence, triangular odd numbers.

Первые слова и символы для обозначения чисел появились около 5 тысяч лет назад в Шумере на территории современного Ирака. Изначально числа использовались для практических целей, таких как подсчет овец или расчет налогов, но при этом отображали и абстрактные закономерности, что делало их предметом глубоких размышлений.

Одним из первых математических открытий было, пожалуй, распределение чисел на четные и нечетные, которые ассоциировались с женскими и мужскими именами.

Аристотель свидетельствует, что пифагорейцы считали числа причиной и началом вещей, а отношения чисел – основой всех отношений в мире. Числа придают миру упорядоченность. Такое отношение к числу было принято Платоном, а позже и неоплатониками. Неоплатоники, особенно Ямвлих и Прокл, почитали числа столь высоко, что даже не считали их сущими – устроение мира исходит от числа, хотя и не непосредственно. «Числа сверхсущи, пребывают выше Ума и недоступны знанию» ([6], с. 16).

Первые математические вычисления проводились на камнях и поэтому первые результаты получались из «каменной арифметики». Древние греки обратили внимание, что часть камней (предметов) можно располагать «треугольником» и тем самым подтвердили их позицию геометрически обосновывать все математические результаты.

3 6 10

Рис. 1.

Так возникло понятие треугольных чисел и первые геометрические вычисления по нахождению таких чисел (1, 3, 6, 10 ,15, 21, …). Воспримем этот подход и заменим только камни на пронумерованные шары, как это делается сейчас на некоторых настольных играх, таких, как, например, бильярд.

Предложим учащимся такую игру: кто быстрее и больше построит треугольников, заполненных шарами, пронумерованными натуральными числами от одного до треугольного числа включительно. Причем потребуем, чтобы каждый номер шара равен разности номеров шаров, на которых он опирается, и поэтому такие треугольники будем называть «разностными».

Такой подход можно использовать для введения вычитания, которому в начальной школе учат сразу после сложения. И в этом, безусловно, есть смысл: в обоих случаях применяется счет чисел, только при вычитании он выполняется в обратную сторону. Психологически действия тоже похожи: ребенок учится брать и давать примерно в одно и то же время. Сложение и вычитание всегда идут рука об руку, в этом мы будем неоднократно убеждаться и в данной работе.

Вычитание, в отличие от сложения, может создавать и неприятные ситуации, поскольку в результате могут появиться и отрицательные числа. Вычитание заставляет нас расширить свое представление о числах.

А мы продолжим построения разностных треугольников последовательно по возрастанию треугольных чисел.

1.1. Для треугольного числа, равного трем ($N_1 = 3$), возможны четыре варианта треугольников.

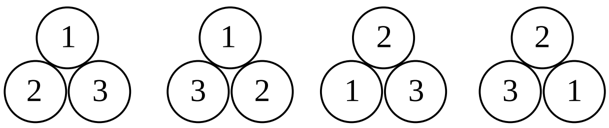


Рис. 2.

Заметим, что число таких разностных треугольников всегда будет получаться четное число, так как для каждого возможного исхода будет ещё удовлетворять условию и «симметричный» ему.

1.2. Для $N_2 = 6$ получается уже четыре пары.

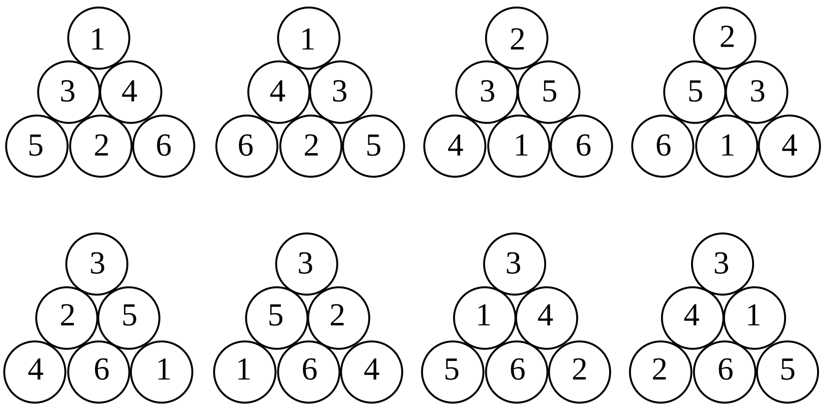


Рис. 3.

1.3. Для $N_3 = 10$ (четвертое треугольное число) удалось построить четыре «разностных» треугольника (две пары).

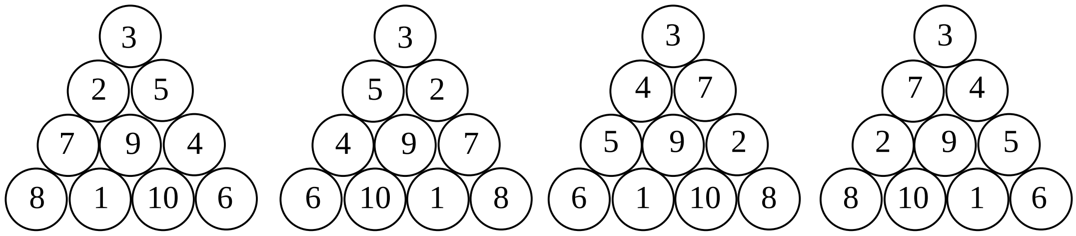


Рис. 4.

В древнем культе пифагорейцев такая совокупность точек называлась тетрактисом ([11], с. 145-146) и считалась священной. Кегли в лотке для боулинга расположены именно таким образом.

1.4. Для $N_4 = 15$ удалось построить только одну пару треугольников с заданными свойствами.

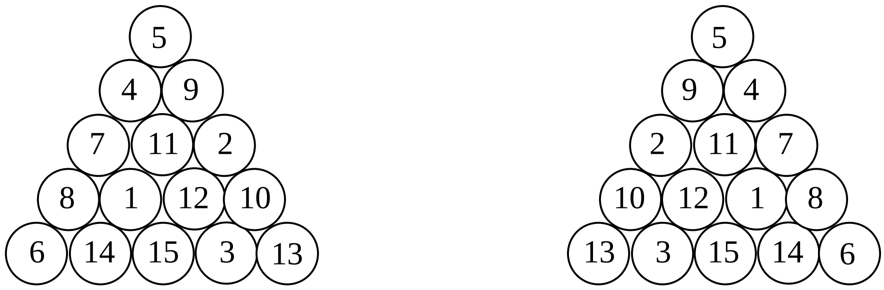


Рис. 5.

Читателю предлагается продолжить ([10], с. 10, 225) представленный здесь список разностных треугольников.

Познакомившись с введением сложения и вычитания целых чисел, можно убедиться, что результаты этих операций, совершенные над целыми числами, тоже будут целыми числами. Новые вопросы возникают при попытке выполнить математическую операцию деления. Деление целого числа без остатка не всегда возможно, если мы не расширим вселенную чисел еще раз, изобретя дроби. Дроби – это отношение целых чисел, их математическое название – рациональные числа.

Предложенные правила построения разностных треугольников являются в некотором смысле продолжением построения гармонического треугольника Лейбница, где, в отличие от более известного треугольника Паскаля, построения идут снизу вверх и вместо суммы используется разность.

Немецкий математик Готфрид Лейбниц в 1714 году предложил ([7], с. 54-55) интерпретацию свойств гармонического ряда чисел в виде треугольника [1]. Числа, находящиеся в одном ряду, получаются при сложении двух чисел из ряда ниже. Вдоль внешней стороны треугольника размещается гармоническая последовательность, представленная на рис. 6.

$$1$$
$$\tfrac{1}{2} \quad \tfrac{1}{2}$$
$$\tfrac{1}{3} \quad \tfrac{1}{6} \quad \tfrac{1}{3}$$
$$\tfrac{1}{4} \quad \tfrac{1}{12} \quad \tfrac{1}{12} \quad \tfrac{1}{4}$$
$$\tfrac{1}{5} \quad \tfrac{1}{20} \quad \tfrac{1}{30} \quad \tfrac{1}{20} \quad \tfrac{1}{5}$$
$$\tfrac{1}{6} \quad \tfrac{1}{30} \quad \tfrac{1}{60} \quad \tfrac{1}{60} \quad \tfrac{1}{30} \quad \tfrac{1}{6}$$

Рис. 6.

В данной ситуации треугольник строится снизу вверх, что не очень удобно. Треугольник можно строить и сверху вниз. Однако дроби для этого потребуется вычислять по диагоналям: $1-\frac{1}{2}=\frac{1}{2}$, $\frac{1}{2}-\frac{1}{3}=\frac{1}{6}$, $\frac{1}{2}-\frac{1}{6}=\frac{1}{3}$ и т.д.

Треугольник Паскаля [5] знаменит своей симметричностью и скрытыми взаимоотношениями между числами в нем (был описан в 1653 году в «Трактате об арифметическом треугольнике»). Паскаль на самом деле не изобрел треугольник, названный его именем, – эта математическая достопримечательность встречалась столетием раньше у итальянского математика Тартальи, а за несколько веков до этого у среднеазиатского ученого и поэта Омара Хайама, некоторых китайских и индийских ученых.

Треугольник Паскаля строится сверху вниз и для этого отправимся в путешествие по горам. Любое путешествие проходит туда и обратно. Предположим, что мы уже прошли путь туда и находимся на вершине горы. Дальше предстоит спуск и допустим, что на каждом его этапе (высоте) у нас есть два пути: налево и направо. Подсчитаем при этом количество путей от вершины до подножия. В каждой точке путешествия будем проставлять возможное число путей от вершины:

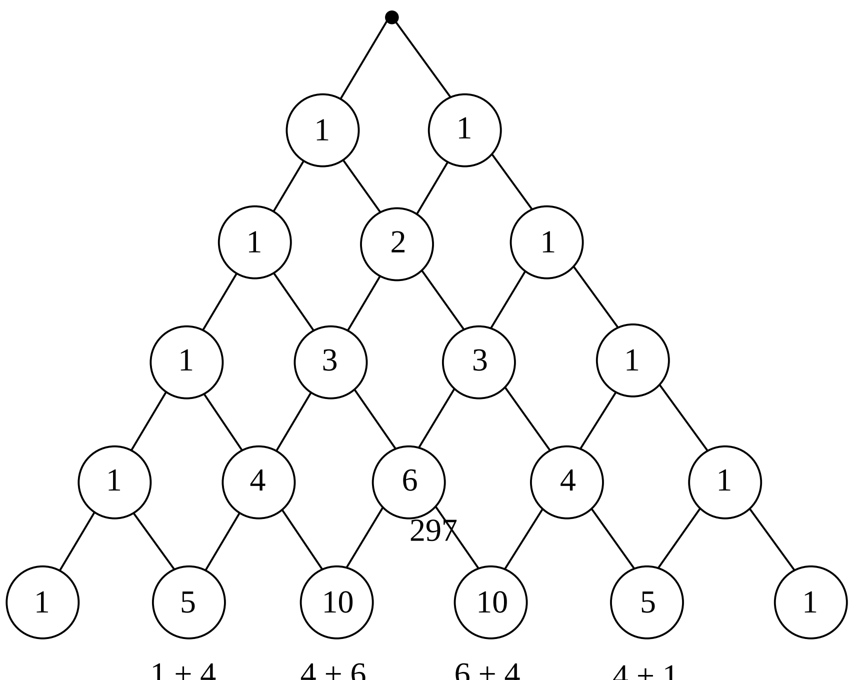


Рис. 7.

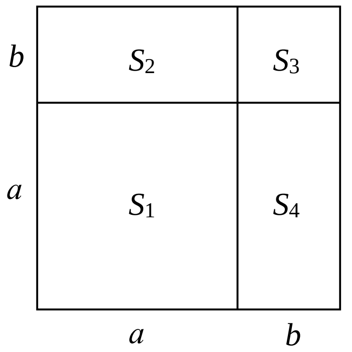
Такой треугольник будем называть классическим треугольником Паскаля, достаточно хорошо изучен. Самым очевидным его свойством является симметрия. Если провести вертикальную прямую через вершину, то левая и правая его половины окажутся «зеркально симметричными». Поэтому можно говорить и о «диагоналях» этого треугольника. Под окаймляющей стороной из одних единиц увидим диагональ натуральных чисел1, 2, 3, 4, 5, …, а ниже – треугольные числа 1, 3, 6, 10, 15, 20, …, которые рассматривали выше.

Обратим внимание, что числа каждой строки получаются путем сложения двух соседних чисел из ряда выше. Это главное свойство треугольника Паскаля, но есть много и других, с которыми можно познакомиться при дальнейших занятиях математикой. Например, складывая все числа в каждом ряду треугольника Паскаля, получаем 2, 4, 8, 16, 32, …, то есть степени двойки.

Треугольник Паскаля хорошо использовать для вычисления степеней суммы двух чисел a и b. Так, $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ и коэффициенты соответствуют второй строке треугольника Паскаля. Для третьей степени можно использовать третью строку треугольника: $(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$.

Другой, более наглядный подход, можно предложить, используя нахождение площадей плоских фигур (как правило, квадратов и прямоугольников) двумя способами ([5], с. 41-47). Покажем это с надеждой на визуальный контакт с читателем или, как в древности, вместо подробных пояснений кратко подписываем под рисунком – смотри.

2.1. $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$



$$S = (a+b)(a+b) = (a+b)^2$$

$S = S_1 + S_2 + S_3 + S_4$, где

$$\begin{aligned} S_1 &= a^2 \\ S_2 &= ab \quad + \\ S_3 &= b^2 \\ S_4 &= ba \end{aligned}$$

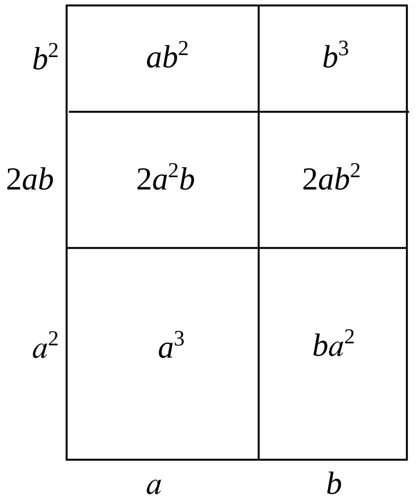
$$\overline{}$$

$$a^2 + 2ab + b^2 = (a+b)^2$$

Рис. 8.

2.2. $(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$

$(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$ $(a+b)^3 = (a+b)^2(a+b) = (a^2 + 2ab + b^2)(a+b)$



$ab^2 + b^3$

$2a^2b + 2ab^2$

+

$a^3 + ba^2$

$a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3 = (a+b)^3$

Рис. 9.

2.3. Треугольники нечетных чисел

2.3.а

1

= 1 = 1^3

3 + 5

= 8 = 2^3

7 + 9 + 11

= 27 = 3^3

13 + 15 + 17 + 19

= 64 = 4^3

21 + 23 + 25 + 27 + 29

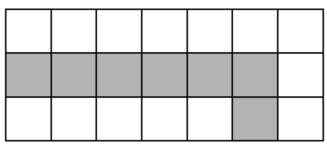
= 125 = 5^3

31 + 33 + 35 + 37 + 39 + 41

= 216 = 6^3

---

1 + 3 + 5 + 7 + 9 + 11 + 13 + 15 + 17 + 19 + … = $1^3 + 2^3 + 3^3 + 4^3 + \ldots$



2.3.б

$1 = 1 = 1^2$

$1 + 3 = 4 = 2^2$

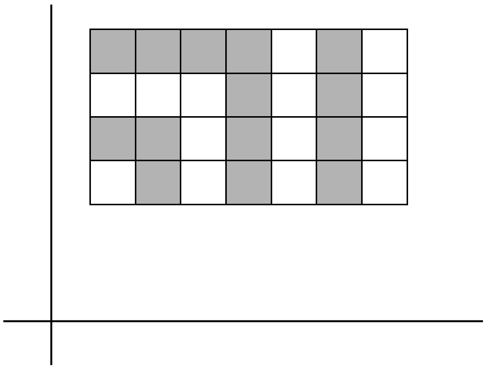
$1 + 3 + 5 = 9 = 3^2$

$1 + 3 + 5 + 7 = 16 = 4^2$

$1 + 3 + 5 + 7 + 9 = 25 = 5^2$

$1 + 3 + 5 + 7 + 9 + 11 = 36 = 6^2$

$1 + 3 + 5 + 7 + 9 + 11 + 13 = 49 = 7^2$



$1 + 3 + 5 + 7 + 9 + 11 + 13 = 7^2$

Рис. 10.

2.4. Занимательный цифровой треугольник

Сконструируем специальный треугольник, который обладает удивительными свойствами:

$1 = 1^2$

$1\ 2\ 1 = 11^2$

$1\ 2\ 3\ 2\ 1 = 111^2$

$1\ 2\ 3\ 4\ 3\ 2\ 1 = 1111^2$

$1\ 2\ 3\ 4\ 5\ 4\ 3\ 2\ 1 = 11111^2$

$1\ 2\ 3\ 4\ 5\ 6\ 5\ 4\ 3\ 2\ 1 = 111111^2$

$1\ 2\ 3\ 4\ 5\ 6\ 7\ 6\ 5\ 4\ 3\ 2\ 1 = 1111111^2$

$1\ 2\ 3\ 4\ 5\ 6\ 7\ 8\ 7\ 6\ 5\ 4\ 3\ 2\ 1 = 11111111^2$

$1\ 2\ 3\ 4\ 5\ 6\ 7\ 8\ 9\ 8\ 7\ 6\ 5\ 4\ 3\ 2\ 1 = 111111111^2$

Рис. 11.

Одно свойство этого треугольника легко проверяется на калькуляторе. Так, n-ая строка получается при умножении n единиц на себя.

Складывая цифры в каждой строке, получаем числа n^2 и определяем сумму всех цифр треугольника, используя авторский способ нахождения сумм

$$1^2 + 2^2 + \cdots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6} \text{ ([3], с. 74)}$$

Список использованной литературы:

1. Афанасьев В.В., Крушевский З. Треугольник Лейбница и продолжения схемы Бернулли: V Международная конференция, посвященная 95-летию П.Д. Кудрявцева. – М., 2018. – С. 320-322.

2. Афанасьев В.В. Продолжения схемы Бернулли в треугольнике Лейбница: XV Колмогоровские Чтения: сборник статей участников Международной научно-практической конференции, посвященной памяти профессора М.И. Зайкина, 10-13 сентября 2019. – Арзамас: Арзамасский филиал ННГУ, 2019. – С. 169-174.
3. Афанасьев В.В. Формирование творческой активности студентов в процессе решения математических задач: Монография. – Ярославль: ЯГПУ, 1996. – 168 с.
4. Беверидж К. Взламывая математику. – М.: АСТ, 2019. – 336 с.
5. Бенджамин А. Магия математики: как найти X и зачем это нужно / Артур Бенджамин: пер. с англ. – М.: Альпина Паблишер, 2017. – 342 с.
6. Дербишир Дж. Простая одержимость: Бернхард Риман и величайшая нерешенная проблема в математике. – М.: Астрель: CORPUS, 2010. – 463 с.
7. Крили Тони. Математика. 50 идей, о которых нужно знать. – М.: Фантом Пресс, 2015. – 208 с.
8. Саватеев А.В. Математика для гуманитариев. Живые лекции. – 4-е изд. – М.: Русский фонд содействия образованию и науке, 2018. – 304 с.
9. Строгац Стивен. Удовольствие от X. Увлекательное путешествие в мир математики от одного из лучших преподавателей в мире. – М.: Манн, Иванов и Фербер, 2015. – 304 с.
10. Стюарт И. Математические диковинки профессора Стюарта. – М.: Лаборатория знаний, 2018. – 320 с.
11. Стюарт И. Невероятные числа профессора Стюарта. – 2-е изд. – М.: Альпина НОН-фикшн, 2017. – 422 с.
12. Шейнерман Э. Путеводитель для влюбленных в математику / Эдвард Шейнерман: пер. с англ. – М.: Альпина НОН-фикшн, 2018. – 282 с.

УДК 372.854
DOI 10.33514/1694-7851-2022-2-302-307

Бакенов Жолдошбек Бекбоевич, Джакакова Жаңыл Абдыкадыровна
И. Арабаев атындагы КМУ, х.и.к., доценттин м.а.
И. Арабаев атындагы КМУ, магистрант
Бакенов Жолдошбек Бекбоевич, **Джакакова Жаңыл Абдыкадыровна**
КГУ им. И. Арабаева, к.х.н., и.о. доцента
КГУ им. И. Арабаева, магистрантка
Bakenov Zholdoshbek Bekboevich, **Dzhakakova Zhanyl Abdykadyrovna**
KSU I. Arabaev, Candidate of Chemical Sciences, Acting Associate Professor
KSU I. Arabaev, master's student

ОРТО МЕКТЕПТЕ ХИМИЯНЫ ОКУП-ҮЙРӨНҮҮДӨГҮ ХИМИЯЛЫК ЭКСПЕРИМЕНТТИН РОЛУ
РОЛЬ ХИМИЧЕСКОГО ЭКСПЕРИМЕНТА ПРИ ИЗУЧЕНИИ ХИМИИ В СРЕДНЕЙ ШКОЛЕ
THE ROLE OF THE CHEMICAL EXPERIMENT IN STUDYING CHEMISTRY IN THE SECONDARY SCHOOL