

УДК: 378.851

DOI 10.33514/1694-7851-2023-1-132-136

**Кочорбаева Б.Э.**

ага окутуучу

И. Арабаев атындагы Кыргыз мамлекеттик университети

**Бектемир кызы А.**

окутуучу

И. Арабаев атындагы Кыргыз мамлекеттик университети

## **ФУНКЦИОНАЛДЫК КӨЗ КАРАНДЫЛЫКТЫН ВИЗУАЛДЫК ЧАГЫЛДЫРЫЛЫШЫ, МАТЕМАТИКАНЫ ОКУТУУДА КОМПЬЮТЕРДИК КАРАЖАТТАР**

**Аннотация:** Бул макалада функцияларды өнүктүрүүнүн төмөнкү этаптары каралат: функция түшүнүгүн өнүктүрүү, функционалдык көз карандылыкты практикалык сыноо, функцияны түшүнүүнү жакшыртуу жана теориялык жактан кайра чечмелөө. Бул макалада максаты мектеп математика, албетте, иш-көз карандылыкты элестетүү боюнча компьютер каражаттардын реалдуу мүмкүнчүлүктөрүн аныктоо болуп саналат.

**Негизги сөздөр:** функция, визуализация, классификация, график, шайкештик, жабуу-кийүү.

**Кочорбаева Б.Э.**

старший преподаватель

Кыргызский государственный университет имени И. Арабаева

**Бектемир кызы А.**

преподаватель

Кыргызский государственный университет имени И. Арабаева

## **ВИЗУАЛЬНОЕ ПРЕДСТАВЛЕНИЕ ФУНКЦИОНАЛЬНЫХ ЗАВИСИМОСТЕЙ КОМПЬЮТЕРНЫМИ СРЕДСТВАМИ ПРИ ОБУЧЕНИИ МАТЕМАТИКЕ**

**Аннотация:** В данной статье рассматриваются следующие этапы развития функций: развития понятия функции, практических испытаний функциональных зависимостей, обобщения и совершенствования понятия функции, теоретического переосмысления понятия функции. Цель данной статьи состоит в том, чтобы определить реальные возможности компьютерных средств в визуализации функциональных зависимостей школьного курса математики.

**Ключевые слова:** функция, визуализация, классификация, график, соответствия, соотношение.

**Kochorbaeva B.E.**

Senior Lecturer

Kyrgyz State University named after I. Arabaev

**Bektemir kyzy A.**

Lecturer

Kyrgyz State University named after I. Arabaev

## VISUAL REPRESENTATION OF FUNCTIONAL DEPENDENCIES COMPUTER TOOLS FOR TEACHING MATHEMATICS

**Annotation:** This article discusses the following steps development of functions: development of the concept of function, practical testing of functional dependencies, generalization and improvement of the understood function, theoretical rethinking of the concept of function. The purpose of this article is to determine the real possibilities of computer tools in visualizing the functional dependencies of a school mathematics course.

**Keywords:** function, visualization, classification, graph, correspondences, ratio.

В содержании школьного курса математики выделяют несколько важнейших направлений: числовую, функциональную, формально-оперативную, содержательно-прикладную, вычислительно-графическую, алгоритмическую и другие содержательно-методические линии. Причем, функциональная линия считается одной из ведущих. Она определяет характер изложения многих тем и разделов курсов алгебры и начал анализа.

Особенности построения ее учебного материала позволяют устанавливать разнообразные связи в обучении, как внутренние, так и внешние. Это значит, что при формировании фундаментальных математических понятий и их представлений система обучения может быть построена таким образом, что внимание обучаемого постоянно акцентируется на узловых моментах: математическое понятие функции, физический смысл функциональных зависимостей, классификация и способы их задания, исследование свойств элементарных функций с помощью графика.

Однако задачи на функциональную зависимость по-прежнему остаются труднопонижаемыми для обучаемых, так как требуют от него определенных знаний и умений представлять в памяти ту или иную зависимость, образ которой абстрактен.

Чтобы как-то помочь учащемуся правильно провести исследование поведения математического объекта, необходима система специального зрительного восприятия функциональных зависимостей, которая могла бы наглядно интерпретировать – «оживлять» – любые математические структуры.

В настоящее время такие системы существуют в виде прикладного программного обеспечения. Используя историко-логический метод исследования, проследим путь развития представлений человека о функции. Прежде всего отметим, что В.В. Лапицкий считает уместным говорить о функциональной зависимости становления субъекта и объекта познавательной деятельности от исторического совершенствования предметно-практического отношения, а потому правомерно ставить задачу реального осознания существующих взаимосвязей, которые необходимо знать учащемуся при решении задач, выделения и обобщения существенных свойств различных функциональных зависимостей, исследования эволюции их способов задания с помощью правил, формул, таблиц, графиков, алгоритмов, моделей.

Выделим условно несколько этапов развития представлений человека о функциональных зависимостях:

- этап зарождения представлений о функциональных зависимостях;
- этап возникновения понятия функции;
- этап становления (развития) понятия функции;
- этап практических испытаний функциональных зависимостей;
- этап обобщения и совершенствования понятия функции;
- этап теоретического переосмысления понятия функции.

Этап зарождения представлений о функциональных зависимостях включает в себя периоды, когда начинают формироваться три фундаментальных понятия – число, буквенное обозначение числа, фигура, когда развивается математика постоянных величин и зарождается буквенная символика, когда появляются функциональные «объекты-связки»: число – таблица, число – буква, кривая – класс кривых.

**В этот период:**

- функция неявно содержится в простейших вычислениях, в правилах об измерении наиболее употребительных величин и в первых таблицах сложения, вычитания, умножения и деления (математическая культура Древнего Египта и Вавилона);

- наблюдается широкий запас функциональных соответствий:

- составление таблиц квадратов и кубов натуральных чисел; изучение зависимостей, задаваемых словесным описанием; описание поведения класса кривых; зачатки классификации задач на линейные, плоские и пространственные (Евклид, Архимед, Аполлоний, Диофант и др.);

- составляются астрономические таблицы: предлагаются способы решения уравнений и задач на длину окружности, площадь круга и объемы геометрических тел;

- впервые изображается интенсивность «качества величин» длинами отрезков, делается попытка классифицировать графики, а также указываются характерные свойства графиков; эти идеи намного обогнали тот уровень науки, так как тогда еще не умели выражать зависимость между величинами с помощью функции.

Итак, составление числовых таблиц и классификацию графиков функций можно отнести к первым представлениям о функциональных зависимостях, они явились продуктом длительного процесса исторического развития математики.

**Этап возникновения понятия функции** – эпоха окончательного перехода от числовых конструкций к буквенной символике. В это время математика рассматривается как основной аппарат изучения физического мира, так как представления о законах природы складываются как законы функционального типа. Развивается весьма в зачаточной форме теория изучения величин и ее графическое представление.

**В этот период:**

- создается система алгебраических обозначений, словесная алгебра постепенно заменяется буквенной, происходит расширение понятия числа, предлагаются способы решения уравнений третьей и четвертой степеней (Ферро, Тарталья, Кардано, Феррари и др.);

- на передний план выступает геометрическое представление кривая, а аналитическая формула-лишь способ ее описания, удобный и полезный, но все же вспомогательный: функция мыслится не в виде формулы, разрешенной по отношению к одной из переменных, а в виде уравнения с несколькими переменными (Ферма, Декарт):

- вводится термин «Функция», имеющий узкий смысл, касающийся только некоторых отрезков, зависящих от положения точки на кривой: ординаты, подкасательной, поднормали, радиуса кривизны.

Видимо все это и предопределило то, что аналитический способ задания функциональных зависимостей стал в математике основным. Этому сопутствовали невозможность обнаружения свойств функций только из табличного представления и громоздкость словесного описания функции.

**Этап становлений развития понятия функции** позволил ученым найти взаимосвязь между функцией и законом. К этому времени функция становится новым объектом - аналитической записью, которая позволяет сформулировать определение понятия самой функции:

- дается определение функции как количества, составленного при помощи знаков математических операций: функция переменной величины есть количество, образованное каким угодно способом из этой переменной величины и постоянных:

- слово «количество» заменяется словом «аналитическое выражение»:

Функция переменного количества есть аналитическое выражение, составленное каким-либо удобным образом из этого переменного количества и чисел или постоянных количеств;

- происходит расширение понятия функции - «кривая, начертанная свободным влечением руки», что означает: под функциональной зависимостью, выраженной в форме геометрических соотношений, скрывается геометрический объект, определяющий собой то, что можно назвать областью определения и областью значения функции; а также дальнейшее развитие определения, в котором уже содержалось в интуитивной форме идея о поэлементном соответствии между двумя множествами: когда некоторые количества зависят от других таким образом, что при изменении последних и сами они подвергаются изменению, то первые называются функциями вторых.

Таким образом, дальнейшее развитие понятия функции, исследование ее свойств и привело к созданию математического анализа, основ дифференциального и интегрального исчисления. Но, следует заметить, что в это время математические понятия все же продолжали представлять собой не что иное, как абстракции конкретных переменных величин (координат) и зависимостей между ними (законов движения).

**Этап практических испытаний функциональных зависимостей** состоял в том, что аналитическое выражение подверглось серьезному практическому исследованию. В результате чего оказалось, что:

- всякая кривая может быть представлена в виде некоторого аналитического выражения, но образованного уже не степенным рядом, а тригонометрическим; функция задавалась единой формулой, хотя и содержала бесконечное множество членов;

- сумма бесконечного ряда, состоящего из тригонометрических функций, может на разных участках выражаться различными формулами: при этом, главным является задание значений функций, а совершается ли это задание некоторой единой формулой или нет, несущественно;

- графиком суммы тригонометрического ряда может быть любая произвольная линия: переменная величина  $Y$  называется функцией переменной величины  $X$ , если каждому значению величины  $X$  соответствует единственное определенное значение величины  $Y$ .

Представление о функции, как о соответствии между элементами множеств, привело к «догадке» использования функций, которые могли бы быть записаны не только одной лишь формулой в явном виде, а также к рассмотрению различных геометрических интерпретаций функциональных зависимостей.

**Этап обобщения и совершенствования понятия функции** – этап, когда критическому анализу были подвергнуты такие понятия математического анализа, как предел функции, непрерывность, производная и т.п. В это время были даны определения, отличающиеся большей строгостью и общностью. Это позволило заметить, что функция и геометрические преобразования весьма близки друг к другу. Поэтому, аргумент и значение функции рассматриваются как элементы абстрактных множеств.

**В этот период:**

- понятие функции как причинного соответствия общей природы получило впоследствии теоретико-множественную трактовку: если каждому элементу  $X$  множества  $A$  поставлен в соответствие некоторый элемент  $Y$  множества  $B$ , то говорят, что на множестве  $A$  задана функция  $Y = F(X)$  или, что множество  $A$  отображено на множество  $B$ . В первом случае элемент  $X$  множества  $A$  называется значением аргумента, а элемент  $Y$  множества  $B$  – значением функции; во-втором случае  $X$  – прообразом,  $Y$  – образом.

- вводится термин «отображение», который использовался ранее в геометрии, и подчеркивается сущность понятия функции как правила соответствия, что с определенной степенью достоверности доказывает: определение функции через переменную или отображение в качестве основных истоков имеет теоретико-числовые, алгебраические и точечно-множественные исследования;

- соответствием между множеством  $A$  и множеством  $B$  называется тройка  $\Gamma = (G, A, B)$ , где  $G$  – есть график соответствия  $\Gamma$ ,  $A$  – область отправления,  $B$  – область прибытия соответствия; график  $F$  есть функциональный график, если для каждого  $x$  существует не более чем один объект, соответствующий этому  $x$  относительно  $F$ : иначе говоря, соответствие  $f = (F, A, B)$  есть функция, если для каждого  $x$ , принадлежащего области отправления  $A$  соответствия  $f$ , соотношение  $x, y$  является функциональным по  $y$ .

**Этап теоретического переосмысления понятия функции** начался в связи с развитием и расширением области их применения, когда в материальном мире было открыто существование ряда «неизвестных» объектов и отношений, математические описания которых не сводились к чистому виду, к количественным отношениям и пространственным формам. Для многих приложений потребовались абстракции более высокого уровня, поэтому теория функций в настоящее время наполняется все более новым содержанием, ведь исследуются не только реальные объекты, но и свойства «мыслимых объектов».

В связи с этим, в качестве одного из методов изучения поведения сложных динамических систем в кибернетике стал применяться функциональный принцип подход, дающий возможность провести аналогию между сложной системой – человеком и менее сложной – машиной, что позволяет применить количественные методы математики к анализу сложных форм. Функциональный подход весьма перспективен, ибо он позволяет найти общее у человека и машины, и, таким образом, воссоздать, смоделировать поведение обучаемого через его деятельность.

В школьной математике функциональная зависимость используется в узком смысле, как функция и определяется чаще всего через соответствие.

Итак, анализ этапов эволюции понятия Функции и сопоставление различных подходов к ее трактовке позволил выявить исторически и логически тесную взаимосвязь способов задания функции – словесного, табличного, графического, аналитического с самим понятием «функция».

**Список использованной литературы:**

1. Башмаков М.И., Резник Н.А. Развитие визуального мышления на уроках математики // Математика в школе. – 1991. – №1. – С. 4.
2. Колмакова Н.Р. Прикладные задачи как средство пропедевтики основных понятий математического анализа в школе / Дисс. ... кан. пед. наук. – М., 1992.

**Рецензент: канд. физ.-мат. наук, и.о. проф. Асанова Ж.К.**