УДК: 51: 378.147
DOI 10.33514/1694-7851-2023-2-457-463

**Асанова Ж.К.**
физ-мат. илим. канд, проф. м.а.
И. Арабаев атындагы Кыргыз мамлекеттик университети
Бишкек ш.
**Чокоева Г.С.**
пед. илим. канд., доц.
И. Арабаев атындагы Кыргыз мамлекеттик университети
Бишкек ш.
**Касымбекова Н.Э.**
магистрант
И. Арабаев атындагы Кыргыз мамлекеттик университети
Бишкек ш.
**Джанышбекова А**.
магистрант
И. Арабаев атындагы Кыргыз мамлекеттик университети
Бишкек ш.

# МАТЕМАТИКАЛЫК АНАЛИЗ КУРСУН ОКУТУУДА ПРЕДМЕТ АРАЛЫК БАЙЛАНЫШТЫ КОЛДОНУУ

**Аннотация.** Бул макалада предмет аралык байланышты туура колдонуунун факторлору жана анын ролу аныкталып, геометриялык фигуралардын аянттарын, көлөмдөрүн жана физикалык маселелерди аныкталган интегралдын жардамы менен чыгаруу сунуш кылынды. Предмет аралык байланыштарды ишке ашыруу ар кандай жолдор менен жүргүзүлүшү мүмкүн. Предмет аралык байланыштарды сабакта колдонуу эң татаал методикалык иштеринин бири. Ал башка предметтер боюнча программалардын жана окуу китептеринин мазмунун билүүнү талап кылат. Максатка жетүүнүн эффективдүү ыкмаларынын бири болуп студенттерге башка предметтик чөйрөлөрдөгү маселелерди чечүү үчүн математикалык ыкмаларды колдонууну көрсөтүүгө мүмкүндүк берүүчү предмет аралык байланыштагы маселелерди чечүү болуп саналат. Предмет аралык байланыштарды колдонуу студенттердин билим денгээлин көтөрүп, логикалык ой жүгүртүүсүн, чыгармачылык шыгын арттыруу менен алардын окуу материалды өздөштүрүүсүнө жардамы өтө чоң.

**Негизги сөздөр:** математикалык анализ, физика, предмет аралык байланыш, Декарт жалбырагы, аянт, көлөм, поляр, циссоида, интеграл.

**Асанова Ж.К.**
канд. физ.-мат. наук, и.о. проф.
Кыргызский государственный университет имени И. Арабаева
г. Бишкек
**Чокоева Г.С.**
канд. пед. наук, доц.
Кыргызский государственный университет имени И. Арабаева
г. Бишкек
**Касымбекова Н.Э.**
магистрант
Кыргызский государственный университет имени И. Арабаева
г. Бишкек
**Джанышбекова А.**

магистрант
Кыргызский государственный университет имени И. Арабаева
г. Бишкек

## ИСПОЛЬЗОВАНИЕ МЕЖДИСЦИПЛИНАРНЫХ СВЯЗЕЙ В ПРЕПОДАВАНИИ КУРСА МАТЕМАТИЧЕСКОГО АНАЛИЗА

**Аннотация.** В статье определены роли и факторы правильного использования межпредметных связей и предложено решение физических задач, площадей и объемов геометрических фигур через определенный интеграл. Реализация межпредметных связей может быть осуществлена различными способами. Использование межпредметных связей одна из наиболее сложных методических задач учителя математики. Она требует знаний содержания программ и учебников по другим предметам. Одним из эффективных методов достижения цели является решение задач из смежных дисциплин, позволяющих продемонстрировать учащимся применение математических методов для решения задач из других предметных областей. Использование межпредметных связей помогает учащимся усваивать учебный материал, повышая уровень их знаний, повышая логическое мышление и творческие способности.

**Ключевые слова:** математический анализ, физика, межпредметные связи, листья Декарта, площадь, объем, поляр, циссоида, интеграл.

**Asanova J.K.**
Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Acting Professor
Kyrgyz State University named after I. Arabayev
Bishkek c.
**Chokoeva G.S.**
Candidate of Pedagogical Sciences, Associate Professor
Kyrgyz State University named after I. Arabayev
Bishkek c.
**Kasymbekova N.E.**
Master's Student
Kyrgyz State University named after I. Arabayev
Bishkek c.
**Dzhanyshbekova A.**
Master's Student
Kyrgyz State University named after I. Arabayev
Bishkek c.

## THE USE OF INTERDISCIPLINARY CONNECTIONS IN TEACHING THE COURSE OF MATHEMATICAL ANALYSIS

**Abstract.** This article defines the roles and factors of the correct use of interdisciplinary connections and proposes a solution to physical problems, areas and volumes of geometric shapes through a certain integral. The implementation of intersubject communications can be carried out in various ways. The use of interdisciplinary connections is one of the most difficult methodological tasks of a mathematics teacher. It requires knowledge of the content of programs and textbooks in other subjects. One of the effective methods for achieving the goal is solving problems from related disciplines, which allow students to demonstrate the use of mathematical methods to solve problems from other subject areas. The use of interdisciplinary connections helps students to assimilate educational material, increasing their level of knowledge, increasing logical thinking and creative abilities.

**Keywords:** mathematical analysis, physics, intersubject connections, decarta leaves, area, volume, polar, cissoid, integral.

Кыргыз Республикасынын «Билим берүү жөнүндөгү» законунда жана башка нормативдик документтердин талаптарында, жаңы окуу планына ылайык окуу китептерин кайра карап чыгуу, алардын илимий деңгээлин көтөрүү, материалдын жеткиликтүүлүгүн, практикалык багытын, предметтер аралык байланышты камсыз кылуу маселеси каралган. Окуу предметинин негизин үйрөтүүдө илимий түшүнүктөрдүн, курстун багыттоочу идеяларынын, принциптеринин мазмунун ачуу, окуучуларда илимий көз карашты, дүйнөнүн жалпы илимий сүрөттөлүшүн калыптандыруу белгиленген.

Математикалык анализ курсун окуп үйрөнүүдө предмет аралык байланышты колдонуу терең билим алууга, илимий түшүнүктөрдүн бүтүндүктө калыптануусуна, илимий ой жүгүртүүгө, жаратылыштагы жана коомдогу көрүнүштөрдүн тыгыз байланышы жөнүндө терең билим берет. Ошондой эле студенттердин билим денгээлин көтөрүп, логикалык ой жүгүртүүсүн, чыгармачылык шыгын арттыруу менен алардын окуу материалды өздөштүрүүсүнө жардамы өтө чоң. Ар бир түшүнүктүн манызы көптөгөн талдоолор, сын пикирлер аркылуу ачылат жана мындай түшүнүктүн манызы башка түшүнүктөрдүн жыйынтыктары менен байланышта болгондугу белгилүү. Ошондуктан, ар бир түшүнүктү өзүнчө бөлүп кароо мүмкүн эмес, себеби аларды жалпы бир система катары кароо керек. Жогоркулардын негизинде предмет аралык байланыштын мааниси терен экендигин дагы бир жолу белгилей кетсек болот.

Предмет аралык байланыш – жалпы окуу процессин жана анын бардык функциясын өркүндөтүүнүн дидактикалык шарты. Анын мазмунуна тектеш окуу предметтердин материалдарын координациялоо, окуу материалынын илимий жана прикладдык деңгээлин көтөрүү, билим алуучулардын билимдерин системалаштыруу, жалпыланган окуу көнүмүштөрүнө ээ кылуу, акырында ар тараптан өнүккөн инсанды калыптандыруу ж.б. кирет [1].

Окутуучу өз сабагын өтүп жаткан учурда предмет аралык байланыштын ар түрдүү формасын колдонууга толук мүмкүнчүлүгү бар. Бирок мындай тандоо эң биринчиден окутуучунун окутуу ишмердүүлүгүнө тоскоол болбой, тескерисинче анын ишине көмөктөшүп, окутууну уюштуруунун дидактикалык шарты болуш керек. Предмет аралык байланыш тууралуу жакшы даярдалган материалдар болгон учурда гана окутуучу сабактын планын түзүүдө анын эффективдүү колдонуусун пландаштыра алат.

Предмет аралык байланышты туура колдонуунун төмөндөгүдөй факторлору бар [2]:

- окутуучу – предметниктердин тыгыз карым катнашы;
- жалпы маселелерди жамаат менен чечүү, ошондой эле кандайдыр бир ишти алып барууда студенттерге бирдей талап коюу;
- табигый илим математика багытындагы окутуучулардын методикалык жактан бирге иштөөсү;
- башка предметти окуткан окутуучулар менен бирге методикалык бирикмелерди чогуу өткөрүү;

Математикалык анализ предметинин башка предметтер менен байланышынын ролу төмөнкүлөр:

- илимдин өсүп өнүгүүсүнө тоскоол болгон себептерди аныктоого;
- математикалык, физикалык жана башка кубулуштардын ортосундагы байланыштарды ачууга;
- башка илимдерде математикалык кубулуштарды колдонуусу жана өзүн-өзү көрсөтүүсү;
- башка предметтерди окуп үйрөнүүдө кабыл алынган билимдерди туура колдонуусу;
- студенттердин алган билимдерин практикалык ишмердүүлүктө колдонуусу.

Предмет аралык байланышты колдонуу студенттердин билим-деңгээлин түшүрбөстөн, тескерисинче кызыкчылыгын арттыруу менен математикалык анализ боюнча предметтик компетенциясын калыптандырат.

Предмет аралык байланышты колдонууда студенттердин чыгармачылык ой жүгүртүүсү да өсүп өнүгөт. Бир илимдин башка илимдер менен тыгыз байланышуунун натыйжасында ар бир илимдин агымын терең өздөштүрүү процесси жүрөт. Төмөнкү мисалдарды карайлы [3]:

**Мисал 1.** $x^2+y^2=3a^2, \quad x^2=2ay$ жана $y^2=2ax$, айлана жана параболалары менен чектелген аянтты тапкыла (сүрөт4.).

**Чыгаруу:** Айлана жана параболалардын кесилиштерин аныктайбыз.

1). $\begin{cases} x^2+y^2=3a^2 \\ y^2=2ax \end{cases}$

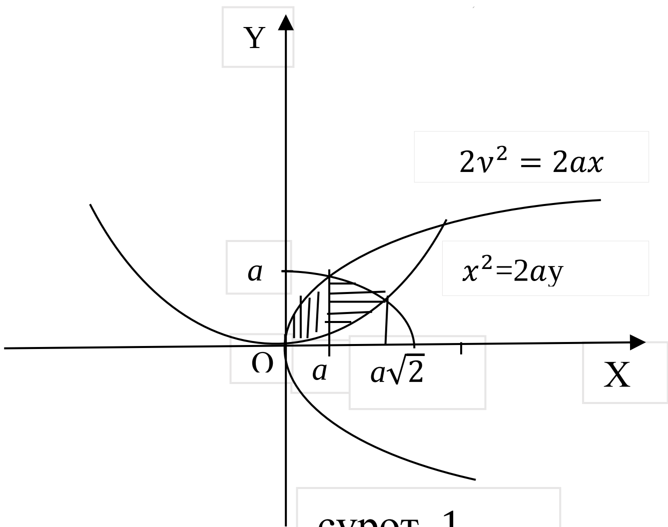
мындан,

$x^2+2ax-3a^2=0, \quad x=x_A=a.$

2) $\begin{cases} x^2+y^2=3a^2 \\ x^2=2ay \end{cases}$

мындан,

$y=a, \quad x=x_B=a\sqrt{2}.$



сүрөт 1.

Биз издеген аянт төмөнкү интегралдар менен аныкталат:

$$S=S_1+S_2=\int_0^a\left(\sqrt{2ax}-\frac{x^2}{2a}\right)dx+\int_a^{a\sqrt{2}}\left(\sqrt{3a^2-x^2}-\frac{x^2}{2a}\right)dx=\left[\sqrt{2a}\,\frac{2}{3}\sqrt{x^3}-\frac{x^3}{6a}\right]\Bigg|_0+$$

$$+\left[\frac{x}{2}\sqrt{3a^2-x^2}+\frac{3a^2}{2}\arcsin\frac{x}{a\sqrt{3}}-\frac{x^3}{6a}\right]\Bigg|_a^{a\sqrt{2}}=\frac{2\sqrt{2}}{3}a^2-\frac{a^2}{6}+\frac{3a^2}{2}\cdot\left(\arcsin\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}-\arcsin\frac{1}{\sqrt{3}}\right)-$$

$$-\frac{\sqrt{2}}{3}a^2+\frac{a^2}{6}=\left(\frac{\sqrt{2}}{3}+\frac{3}{2}\arcsin\frac{1}{3}\right)\cdot a^2.$$

**Мисал 2:** Декарттын жалбырагынын аянтын тапкыла $x^3+y^3-3axy=0.$

**Чыгаруу:** Функция айкын эмес берилгендиктен полярдык координаталарды колдонобуз.

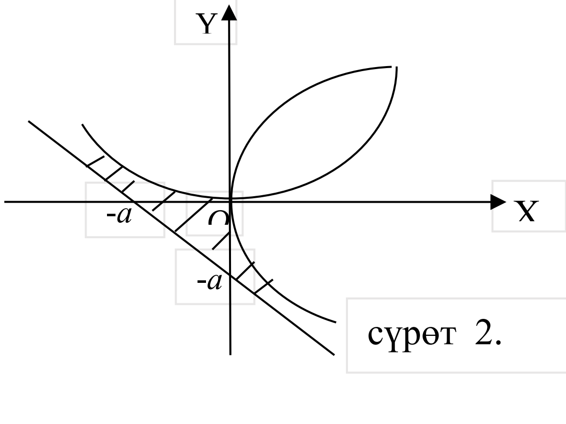
$x=\rho\cos\varphi, \quad y=\rho\sin\varphi$

анда:

$\rho^3\cos^3\varphi+\rho^3\sin^3\varphi-3a\rho^2\cos\varphi\sin\varphi=0$

$\rho(\cos^3\varphi+\sin^3\varphi)=3a\sin\varphi\cos\varphi$

$\rho=\dfrac{3a\sin\varphi\cos\varphi}{\cos^3\varphi+\sin^3\varphi}$, мында $\varphi\in\left[0;\frac{\pi}{2}\right]$ болгондуктан



сүрөт 2.

$$S=\frac{1}{2}\int_0^{\frac{\pi}{2}}\rho^2 d\varphi=\frac{9a^2}{2}\int_0^{\frac{\pi}{2}}\frac{\sin^2\varphi\cos^2\varphi}{(\cos^3\varphi+\sin^3\varphi)^2}d\varphi.$$

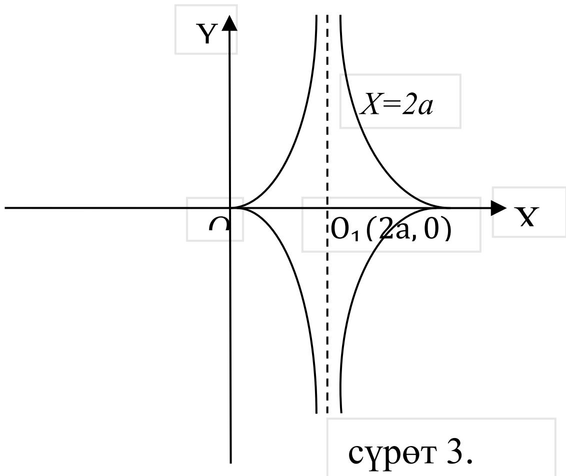
Бул интегралды чыгарыш үчүн төмөнкү ыкманы колдонобуз:

$$t=tg\varphi,\quad dt=\frac{1}{\cos^2\varphi}d\varphi,\quad \varphi=0,\quad t=0,\quad \varphi=\frac{\pi}{2},\quad t=+\infty$$

$$S=\frac{9a^2}{2}\int_0^{\frac{\pi}{2}}\frac{\sin^2\varphi\cos^2\varphi}{(\cos^3\varphi+\sin^3\varphi)^2}d\varphi=\frac{9a^2}{2}\int_0^{\frac{\pi}{2}}\frac{\sin^2\varphi\cos^2\varphi}{\cos^6\varphi(1+tg^3\varphi)^2}d\varphi=$$

$$=\frac{9a^2}{2}\int_0^{+\infty}\frac{t^2}{(1+t^3)^2}dt=\frac{9a^2}{2}\lim_{A\to\infty}\int_0^{A}\frac{t^2}{(1+t^3)^2}dt=-\frac{3a^2}{2}\lim_{A\to\infty}\left[\frac{1}{1+t^3}\right]\Bigg|_0^A=\frac{3}{2}a^2.$$

**Мисал 2:** Циссоиданын $y^2=\dfrac{x^3}{2a-x}$ өзүнүн асимптотасынын $x=2a$, айланасында айлануудан пайда болгон фигуранын көлөмүн тапкыла.



сүрөт 3.

**Чыгаруу:** Бул маселени чыгарыш үчүн координата системасын өзгөртөбүз, б.а. координат башталышын $O_1(2a,0)$ чекитине көчүрөбүз.

$x_1=x-2a,\quad y_1=y,$ анда циссоиданын теңдемеси төмөнкү түргө келет.

$$y_1^2=\frac{(x_1+2a)^3}{-x_1}$$

$O_1x_1$ огунда айлануудан пайда болгон фигуранын көлөмү төмөнкү өздүк эмес интегралга барабар болот.

$$V=\pi\int_{-\infty}^{\infty}x_1^2dy_1=2\pi\int_0^{\infty}x_1^2dy.$$

Бул интегралды интегралдаш үчүн $x_1$ өзгөрмөлүү чоңдугуна өтөбүз

$$2y_1y_1^1=-\frac{3(x_1+2a)^2x_1-(x_1+2a)^3}{x_1^2}=-\frac{2(x_1+2a)^2(x_1-a)}{x_1^2}$$

$$y_1^1=-\frac{(x_1+2a)^2(x_1-a)}{x_1^2y_1}=-\frac{(x_1+2a)^2(x_1-a)}{x_1^2\cdot\sqrt{-\dfrac{(x_1+2a)^3}{x_1}}}=-\frac{(x_1+2a)(x_1-a)}{x_1^2\cdot\sqrt{-\dfrac{x_1+2a}{x_1}}}.$$

Анда:

$$V=-2\pi\int_{-2a}^{0}\frac{(x_1+2a)\;(x_1-a)}{\sqrt{-\frac{x_1+2a}{x_1}}}dx_1=\left|\begin{array}{l}\frac{x_1+2a}{x_1}=-t^2\\ x_1=-\frac{2a}{1+t^2}\\ dx_1=\frac{4at}{(1+t^2)^2}dt\\ x_1+2a=\frac{2at^2}{1+t^2},\;x_1=-2a,\;t=0\\ x_1=0,\;t=\infty\\ x_1-a=-\frac{3a+at^2}{1+t^2}\end{array}\right|=$$

$$=2\pi\int_0^\infty\frac{2at^2(3a+at^2)4atdt}{t(1+t^2)^4}=48a^3\pi\int_0^\infty\frac{t^2dt}{(1+t^2)^2}+16a^3\pi\int_0^\infty\frac{t^4dt}{(1+t^2)^4}=$$

$$=\left|\begin{array}{l}t=tgz\\ dt=\sec^2 zdz\\ t=0,\;z=0,\\ t=\infty,\;z=\frac{\pi}{2}\end{array}\right|=48a^3\pi\int_0^{\frac{\pi}{2}}\sin^2 z\cos^4 zdz+16a^3\pi\int_0^{\frac{\pi}{2}}\cos^2 z\sin^4 zdz=$$

$$=48a^3\pi\int_0^{\frac{\pi}{2}}\cos^4 zdz-48a^3\pi\int_0^{\frac{\pi}{2}}\cos^6 zdz+16a^3\pi\int_0^{\frac{\pi}{2}}\sin^4 zdz-16a^3\pi\int_0^{\frac{\pi}{2}}\sin^6 zdz=$$

$$=64a^3\pi\frac{\pi}{2}\cdot\frac{1\cdot 3}{2\cdot 4}-64a^3\pi\frac{\pi}{2}\cdot\frac{1\cdot 3\cdot 5}{2\cdot 4\cdot 6}=2\pi^2a^3.$$

**Эскертүү:** мында төмөнкү интегралдарды колдондук,

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}}\sin^m xdx=\int_0^{\frac{\pi}{2}}\cos^m xdx=\left|\begin{array}{l}\sin x=t\\ \cos xdx=dt\\ x=0,\;t=0\\ x=\frac{\pi}{2},\;t=1\end{array}\right|=\int_0^{\frac{\pi}{2}}(1-\sin^2 x)^{\frac{m-1}{2}}\cos xdx=$$

$$=\int_0^1(1-t^2)^{\frac{m-1}{2}}dt=\frac{(m-1)!!}{m!!}\cdot\frac{\pi}{2}.$$

**Мисал 3.** Түз сызыктуу кыймылда болгон нерсенин ылдамдыгы $V=3t^2+2t\quad(м/с)$ болсун. Кыймыл башталгандан 5 секунд өткөндөгү басып өткөн аралыкты тапкыла.

**Чыгаруу:** Басып өткөн аралык

$$S=\int_{t_1}^{t_2}V(t)dt=\int_0^5\left(3t^2+2t\right)dt=\left[3\frac{t^3}{3}+2\frac{t^2}{2}\right]\Bigg|_0^5=150м$$

болот.

**Мисал 4.** Массасы $m$ болгон нерсени жерден $h$ бийиктигине көтөргөндөгү жумушту тапкыла.

**Чыгаруу:** Бүткүл дүйнөлүк тартылуу закону боюнча, $m$ массасына таасир эткен күч $F = k\dfrac{mM}{r^2}$ болот.

Мында $M$ - жердин массасы , $r$ - массасынын жердин борборуна чейинки аралык, $k$ - гравитациялык чоңдук. Эгерде $r = R$ болсо, $F = mg$ болот, анда

$$mg = k\frac{mM}{R^2}$$

аткарылат.

Мындан $kM = gR^2$ алабыз,

$$F = mg\frac{R^2}{r^2}$$

Изделүүчү жумуш

$$A = \int_R^{R+h} F dr = \int_R^{R+h} mgR^2\frac{dr}{r^2} = mgR^2\left(-\frac{1}{2}\right)\Bigg|_R^{R+h} = mgR\frac{h}{R+h}$$

**Мисал 5.** Узундугу 20м, ал эми бийиктиги 5м болгон шлюстун бетине, ага мелткалт толтурулган суюктуктун таасир эткен басым күчүн тапкыла.

**Чыгаруу:** Бул жерде $y = f(x) = 20$ м, $a = 0$, $b = 5$ м, $\rho = 1000$ кг/м$^3$.

$$P = 9810\int_0^5 20x dx = 9810\cdot 20\frac{x^2}{2}\Bigg|_0^5 = 2{,}45\cdot 10^6 \text{ (н).}$$

Келтирилген мисалдарда аянт жана көлөмдөрдү эсептөөдө аныкталган интегралды, өздүк эмес интегралды колдонуп чыгаруу каралды. Жогорудагыдай мисалдар математиканын ички байланыштарын жана физика илими менен байланышын ишке ашыруу менен студенттердин билимге болгон кызыкчылыгын арттырат.

**Колдонулган адабияттар:**


1. Федорова В.Н. Межпредметные связи естественно-математических дисциплин. – М.: Просвещение, 1980.
2. Усова А.В. Межпредметные связи в преподавании основ наук в средней школе. – М.: Просвещение, 1978
3. Кутанов А., Асанова Ж.К. Математикалык анализ. – Б., 2014.
4. Асанова Ж.К. Жумушчу дептер. – Б., 2022.
5. Султанбаева Г.С. Билим берүүчүлүк портфолионун технологиясы // Вестник КНУ специальный выпуск 2017.


**Рецензент: пед. илим. канд, доц. Чокоева Г.С.**