УДК: 374.8
DOI 10.33514/1694-7851-2023-2-511-516

Чырчыкбаев Ж.А.
ага окутуучу
И. Арабаев атындагы Кыргыз мамлекеттик университети
Бишкек ш.
zhoomart 54 @ mail. ru.
Султанакунова А.О.
окутуучу
И. Арабаев атындагы Кыргыз мамлекеттик университети
Бишкек ш.
asultanakunova@inbox.ru

ТЕНДЕМЕЛЕРДИН ЧЫГАРЫЛЫШТАРЫНЫН ГЕОМЕТРИЯЛЫК СҮРӨТТӨЛҮШҮ

Аннотация. Бул иште сызыктуу, квадраттык, көрсөткүч, логарифмалык теңдемелердин чыгарылышы, сызыктуу жана сызыктуу эмес теңдемелердин системасынын чыгарылыштары каралган. Чыгарылыштардын геометриялык сүрөттөлүшүнө өзгөчө көңүл бурулган. Ошондой эле көптүктөрдүн декарттык көбөйтүндүсү жана геометриялык сүрөттөлүшү каралган. Көпчүлүк алгебра менен геометрияны такыр башка илимдер катары кабылдашат, чындыгында алар абдан жакын. Математиканы ийгиликтүү изилдөө үчүн негизги формулаларды жана теоремаларды гана билбестен, ошондой эле убакытты үнөмдөөчү жана визуалдуу боло турган ыкмаларга ээ болуу, билүү жана колдоно билүү керек, б.а. маселенин чечилиши ачык-айкын болот. Аналитикалык жактан чечүү кыйын болгон алгебралык маселелер бар. Шарттарды чийме же чийме түрүндө көрсөтүү менен маселенин чечилишин жеңилдетүүгө болот. Көптөгөн татаал маселелерди геометриялык ыкма менен чечсе болот.

Негизги сөздөр: сызыктуу функция, функциянын графиги, квадраттык теңдемелер, дискриминант, көрсөткүчтүк функция, логарифмдик функция, теңдемелер системасы, декарттык көбөйтүндү, геометриялык ыкма, аналитикалык ыкма, формулалар, теоремалар, чекиттер жыйындысы, декарттык көбөйтүндү.

Чырчыкбаев Ж.А.
старший преподаватель
Кыргызский государственный университет имени И. Арабаева
г. Бишкек
zhoomart 54 @ mail. ru.
Султанакунова А.О.
преподаватель
Кыргызский государственный университет имени И. Арабаева
г. Бишкек
asultanakunova@inbox.ru

ГЕОМЕТРИЧЕСКАЯ ИНТЕРПРЕТАЦИЯ РЕШЕНИЙ УРАВНЕНИЙ

Аннотация. В работе рассматриваются решения линейных, квадратных, показательных, логарифмических уравнений, системы линейных и не линейных уравнений. Особое внимание обращается на геометрическую интерпретацию этих решений. Так же рассмотрено декартово произведение множеств и их геометрическая интерпретация. Большинство воспринимают алгебру и геометрию как совершенно разные науки, на самом деле они очень близки. Для успешного изучения математики надо не только знать основные формулы и теоремы, но и владеть, знать и уметь применять такие методы, которые позволят сэкономить время и наглядны, т.е. решение задачи выглядит очевидным. Существуют алгебраические задачи, которые трудно решить аналитическим путем. Облегчить решение задачи можно путем представления условий в виде чертежа или рисунка. Многие сложные задачи можно решить с помощью геометрического метода.

Ключевые слова: линейная функция, график функции, квадратные уравнения, дискриминант, показательная функция, логарифмическая функция, система уравнений, декартово произведение, геометрический метод, аналитический метод, формулы, теоремы, множество точек, декартово произведение.

Chyrchykbaev Zh.A.
Senior Lecturer
Kyrgyz State University named after I. Arabaev
Bishkek c.
zhoomart54 @mail.ru.
Sultanakunova A.O.
Lecturer
Kyrgyz State University named after I. Arabaev
Bishkek c.
asultanakunova@inbox.ru

GEOMETRIC INTERPRETATION OF SOLUTIONS OF EQUATIONS

Abstract. The paper considers solutions of linear, quadratic, exponential, logarithmic equations, systems of linear and non-linear equations. Particular attention is paid to the geometric interpretation of these solutions. The Cartesian product of sets and their geometric interpretation are also considered. Most perceive algebra and geometry as completely different sciences, in fact they are very close. For a successful study of mathematics, one must not only know the basic formulas and theorems, but also own, know and be able to apply such methods that will save time and be visual, i.e. the solution to the problem will be obvious. There are algebraic problems that are difficult to solve analytically. It is possible to facilitate the solution of the problem by presenting the conditions in the form of a drawing or drawing. Many complex problems can be solved using the geometric method.

Keywords: linear function, function graph, quadratic equations, discriminant, exponential function, logarithmic function, system of equations, Cartesian product, geometric method, analytical method, formulas, theorems, set of points, Cartesian product.

При решении уравнений геометрическая интерпретация имеет большое значение в формировании математической логики, так как у ученика формируется не только механический навык решений уравнений, но и геометрическое представление его корня. Многие выпускники школ умеют решать уравнения по заученной формуле, но не вникают в суть, т.е. не имеют геометрического представления о корне уравнения, хотя рассматриваются задания на геометрические решения уравнений. Поэтому чаще следует обращать внимание на это.

Например, при решении уравнения $2x - 3 = 0$, важно отметить, что мы находим точки пересечения графика линейной функции $y = 2x - 3$ с оси Ох (рис. 1) или абсциссу точки пересечения прямых $y = 2x$ и $y = 3$, т.е. $x = 1{,}5$ (рис. 2). Ещё обратим внимание на то, что прямая $x = a$, параллельна оси $0y$, прямая $y = b$ параллельна оси $0x$.

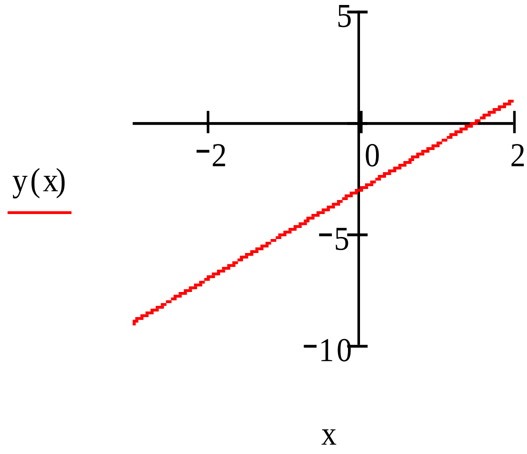

Рис. 1

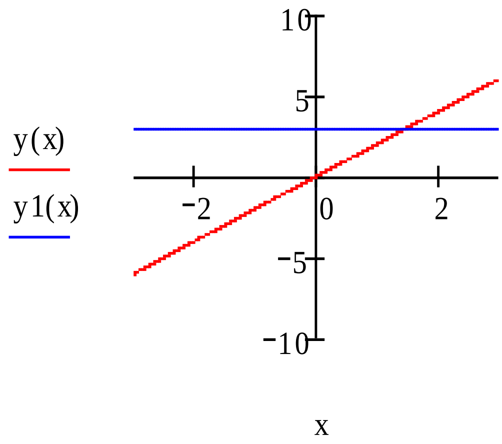

Рис. 2

При решении квадратных уравнений, например $x^2 - x - 6 = 0$, ученики по заученной формуле находят корни уравнения: $x_1 = 3$, $x_2 = -2$, при этом редко пользуются теоремой Виета: $x_1 + x_2 = -b$ и $x_1 x_2 = c$, то есть -(3 + (-2)) = -1, 3·(-2) = -6. Здесь необходимо заострить внимание на то, что корни $x_1 = 3$, $x_2 = -2$ являются точками пересечения графика функции $y = x^2 - x - 6$ с оси Ox (рис. 3) или абсциссами точек пересечения графиков функций $y = x^2$ и $y = x + 6$ (рис. 4).

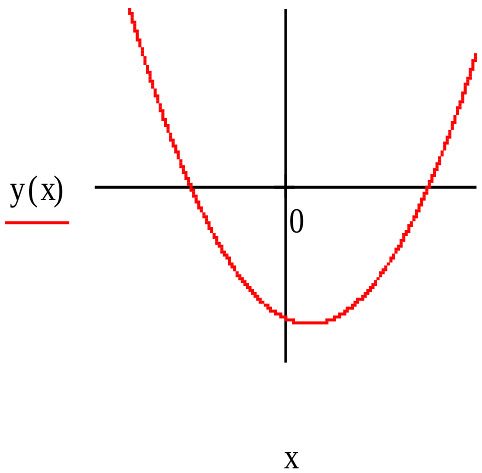

Рис. 3

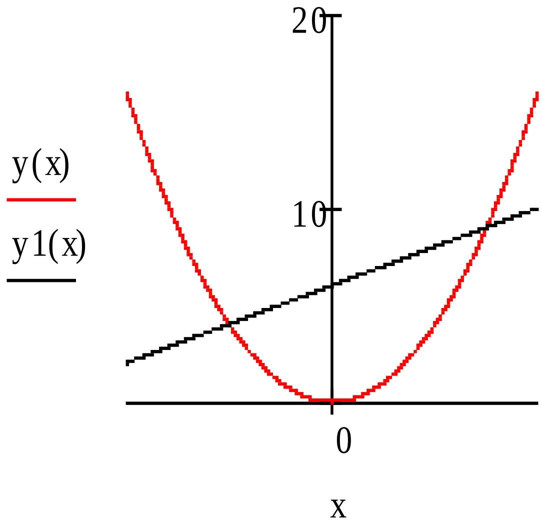

Рис. 4

В случае, если в квадратном уравнении дискриминант имеет отрицательное значение, то, как известно, это уравнение не имеет решений, т.е. график функции $y = ax^2 + bx + c$ не пересекает ось Ox. Например, уравнение $x^2 - 5x + 8 = 0$ не имеет решений, так как $D = -7$, значит график функции $y = x^2 - 5x + 8$ не пересекает ось Ox (рис. 5), т.е. графики функций $y = x^2$ и $y = 5x - 8$ точек пересечения не имеют (рис. 6).

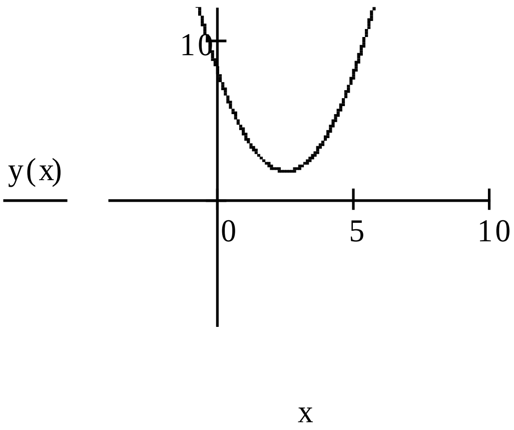

Рис. 5

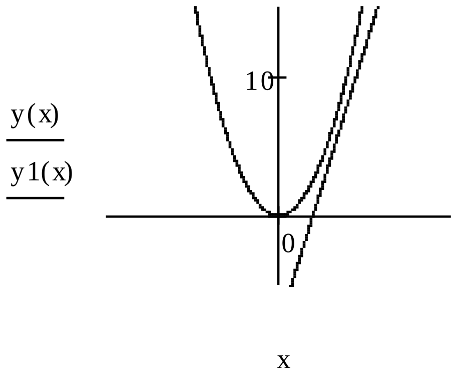

Рис. 6

Обратим внимание на показательные функции, которые ученики часто путают со степенной функцией. Поэтому следует решать уравнения, чередуя вперемешку степенные и показательные. Для наглядности рассмотрим решение простых уравнений. $2^x = 4$, корнем этого уравнения будет число 2, т.е. это абсцисса точки пересечение графиков функций $y = 2^x$ и $y = 4$ (рис. 7). А уравнение $2^x = -4$ не имеет решение, так как графики функций $y = 2^x$ и $y = -4$ не пересекаются, т.е. показательные функции отрицательных значений не принимают.

Аналогично решая логарифмические уравнения, $\log_2 x = 2$ мы находим корень $x = 4$, который является абсциссой точки пересечения графиков функций

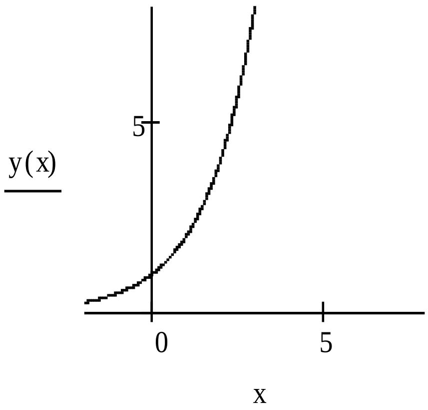

Рис. 7

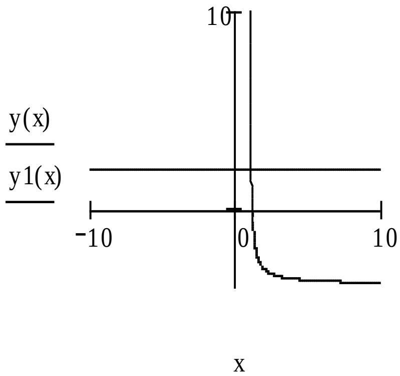

Рис. 8

$y = \log_2 x$ и $y = 2$ (рис. 8). Здесь следует отметить, что область определения логарифмических функций всегда положительна, т.е. переменная x принимает только положительные значения.

При решении системы уравнений, т.е. уравнений с двумя переменными, которые рассматриваются в школьном курсе математики, мы находим координаты точки пересечений линий на плоскости, т.е. находим абсциссу и ординату этих точек.

Например, решим систему: $\begin{cases} 4x + 3y = 7 \\ 3x - 5y = 27 \end{cases}$, тогда пара чисел (4; -3) является решением данной системы, т.е. мы нашли координаты точки пересечений прямых $y = -\frac{4}{3}x + \frac{7}{3}$ и $y = \frac{3}{5}x - \frac{27}{5}$ (рис. 9), система имеет единственное решение.

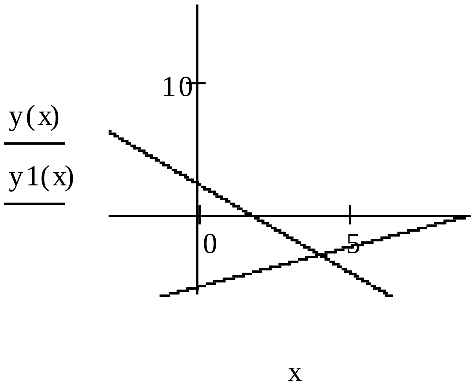

Рис. 9

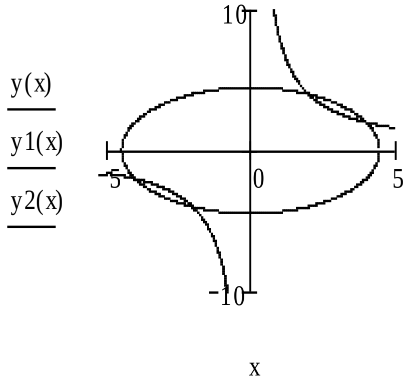

Рис. 10

Пусть дана система уравнений: $\begin{cases} x^2 + y^2 = 20 \\ xy = 8 \end{cases}$, данная система имеет четыре решения: (2; 4); (4; 2), (-2; -4) и (-4; -2). Эти точки являются точками пересечения окружности $x^2 + y^2 = 20$ с центром в начале координат, радиуса $r = 2\sqrt{5}$ и гиперболы $y = \frac{8}{x}$ (рис. 10).

Графики любых функций есть, в частности, множество точек на плоскости, т.е. мы имеем декартово произведение элементов множество X на элементы множество Y. Поэтому надо обратить внимание на декартово произведение элементов множеств.

Пусть даны два множества, A = {1;3;5} и B = {2;4;6}. Найдем декартово произведение множеств A и B. Тогда AB = {(1;2), (1;4), (1;6), (3;2), (3;4), (3;6), (5;2), (5;4), (5;6)}, т.е. декартово произведение AB есть множество точек на плоскости (рис. 11).

Пусть даны два множества, A = {1;3;5} и B = $\{x | x \in [2; 6], x \in R\}$. Декартово произведение этих множеств можно изобразить только графический в виде параллельных отрезков к прямой B (рис. 12).

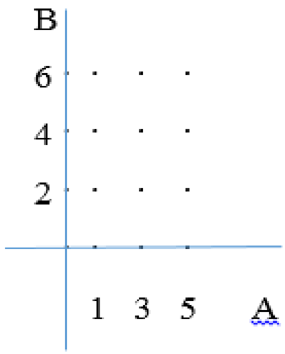

Рис. 11

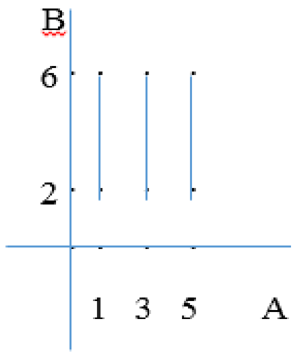

Рис. 12

Многие ученики не различают записи множеств А = $\{1; 2; 3; 4; 5\}$ и В = $\{x|x \in [1; 5], x \in R\}$. Следует заострить внимание на то, что множество А есть множество натуральных чисел от 1 до 5, а множество В есть множество всех действительных чисел от 1 до 5 .Декартово произведение этих множеств, в отличии от предыдущей, будет пять отрезков параллельных к прямой В (рис. 13).

Изобразим декартово произведение множеств А = $\{x|x \in [1; 5], x \in R\}$ и В = $\{x|x \in [2; 6], x \in R\}$. Декартовым произведением этих множеств будет множество всех точек прямоугольника и внутри его. (рис. 14).

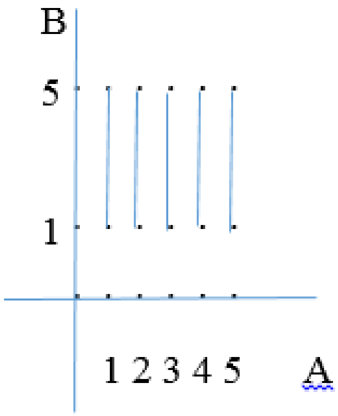

Рис. 13

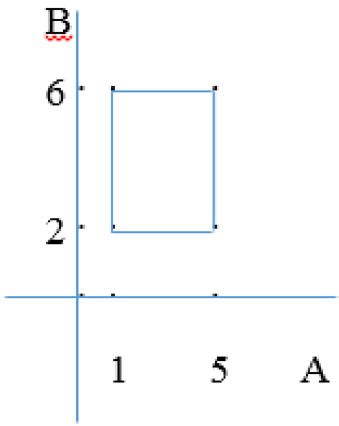

Рис. 14

Список использованной литературы:

1. Алгебра и начала анализа / Под ред. Г.Н. Яковлева. – М.: Наука, 1988.
2. Алгебра и элементарные функции / Под ред. Р.А. Калнин. – М.: Наука, 1969.
3. Сборник задач по математике / Под ред. М.И. Сканави. – М.: Высшая школа, 1980.
4. Кадомцев С.Б. Аналитическая геометрия и линейная алгебра. – М.: Физматлит, 2003.
5. Ефимов Н.В. Краткий курс аналитической геометрии. – М.: Физматлит, 2005.
6. Ильин В.А., Позняк Э.Г. Линейная алгебра. – М.: Физматлит, 1999.
7. Кадомцев С.Б. Аналитическая геометрия и линейная алгебра. – М.: Физматлит, 2003.
8. Ким Г.Д., Крицков Л.В. Алгебра и аналитическая геометрия. Теоремы и задачи. – Т. I. – М.: Планета знаний, 2007.
9. Александров П. С. Лекции по аналитической геометрии, пополненные необходимыми сведениями из алгебры. – М.: Наука, 1968.
10. Беклемишев Д.В. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры. – М.: Физматлит, 2005.
11. Беклемишева Л.А., Петрович А.Ю., Чубаров И.А. Сборник задач по аналитической геометрии и линейной алгебре. – М.: Физматлит, 2004.
12. Винберг Э. Б. Курс алгебры. – М.: Факториал Пресс, 2001.

Рецензент: канд. физ.-мат. наук, доц. Баетов А.К.