

УДК: 517

DOI 10.33514/1694-7851-2025-3/2-307-313

Солтонкулова Ж.М

физика – математика илимдеринин кандидаты, доцент
И.Арабаев атындагы Кыргыз мамлекеттик университети
Бишкек ш.

soltonkulova77@mail.ru

Дуйшенбеков Т.А

студент

И.Арабаев атындагы Кыргыз мамлекеттик университети
Бишкек ш.

beksultantynchtyk@gmail.com

Дишинова З.Б

магистрант

И.Арабаев атындагы Кыргыз мамлекеттик университети
Бишкек ш.

dishinovazarina9gmail.com

ДИФФЕРЕНЦИАЛДЫК ТЕНДЕМЕЛЕР КУРСУН БАШКА ИЛИМДЕР МЕНЕН ИНТЕГРАЦИЯЛАП ОКУТУУНУН ЫКМАЛАРЫ

Аннотация. Бул макалада дифференциалдык теңдемелер курсун башка илимдер менен интеграциялап окутуунун ыкмалары каралды. Дифференциалдык теңдемелер түшүнүгү прикладдык маселелерди чечүүдө кеңири колдонулуп келет жана ошондой эле башка илимдер менен дагы тыгыз байланышта. Макалада дифференциалдык теңдемелердин жардамы аркылуу физикада, химияда ж.б. илимдердеги прикладдык маселелерди чечүүнүн жолдору каралды. Илимдерди интеграциялап окутуу окуучулардын (студенттердин) билим алуу эффективдүүлүгүн жогорулат жана илимге болгон кызыгуусун арттырат. Студенттердин дифференциалдык теңдемелер боюнча билим билгичтик көндүмдөрүн арттыруу үчүн тек гана теориялык билимдерди бере бербестен, прикладдык маселелерди дагы практикалаштыруу өзгөчө орунду ээлейт. Бул эмгек Ж.М. Солтокулова тарабынан иштелип чыккан сызыктуу дифференциалдык теңдемелердин жалпы чыгарылышын тургузуу боюнча эмгекке негизделип кеткен десек болот.

Негизги сөздөр: дифференциалдык теңдемелер, функция, теңдеме, маселе, интеграция, ыкма, химия, физика, дифференциал, туунду.

Солтонкулова Ж.М.

кандидат физико – математических наук, доцент
Кыргызский государственный университет имени И.Арабаева
г. Бишкек

Дуйшенбеков Т.А.

студент

Кыргызский государственный университет имени И.Арабаева
г. Бишкек

Дишинова З.Б.

магистрант
Кыргызский государственный университет имени И.Арабаева
г. Бишкек

МЕТОДЫ ИНТЕГРАЦИИ КУРСА ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ С ДРУГИМИ НАУКАМИ ПРИ ОБУЧЕНИИ

Аннотация. В данной статье рассмотрены методы преподавания курса дифференциальных уравнений в интеграции с другими науками. Понятие дифференциальных уравнений широко применяется при решении прикладных задач и тесно связано с другими научными дисциплинами. В статье рассмотрены способы решения прикладных задач в физике, химии и других науках с помощью дифференциальных уравнений. Интеграция наук в процессе обучения повышает эффективность усвоения знаний учащимися (студентами) и усиливает их интерес к науке. Для развития знаний, умений и навыков студентов в области дифференциальных уравнений важно не только давать теоретические знания, но и уделять особое внимание практическому применению прикладных задач. В основу данной работы легли работы по построению общего решения линейных дифференциальных уравнений, разработанные Я.М. Солтокуловой.

Ключевые слова: дифференциальные уравнения, функция, уравнение, задача, интеграция, метод, химия, физика, дифференциал, производная.

Soltunkulova J.M.

Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Associate Professor
Kyrgyz state university named after I. Arabaev
Bishkek c.

Duishenbekov T.A.

student
Kyrgyz state university named after I. Arabaev
Bishkek c.

Dishinova Z.B.

master's student
Kyrgyz state university named after I. Arabaev
Bishkek c.

METHODS OF INTEGRATING THE COURSE OF DIFFERENTIAL EQUATIONS WITH OTHER SCIENCES IN TEACHING

Abstract. This article explores methods of teaching the course of differential equations through integration with other sciences. The concept of differential equations is widely used in solving applied problems and is closely connected with other scientific disciplines. The article discusses ways of solving applied problems in physics, chemistry, and other sciences using differential equations. Integrating sciences in the educational process enhances students' learning effectiveness and increases their interest in science. To improve students' knowledge, skills, and competencies in differential equations, it is essential not only to provide theoretical understanding but also to emphasize the practical application of real-world problems. This work is based on the

work on constructing a general solution to linear differential equations developed by Ya. M. Soltokulova.

Keywords: differential equations, function, equation, problem, integration, method, chemistry, physics, differential, derivative.

Реалдуу объекттерди же процесстерди изилдөөнүн максаты – алардын мүнөздөмөлөрүн аныктоо, жүрүм-турумун алдын ала болжолдоо жана аларды натыйжалуу башкаруу мүмкүнчүлүгүн камсыз кылуу болуп саналат. Бул максатка жетүү бир топ жеңилдейт, эгерде объекттердин өздөрүн эмес, алардын моделдерин изилдесек. Реалдуу объекттердин моделдери илимде жана техникада гипотезалардын тууралыгын текшерүү үчүн ар дайым кеңири колдонулуп келген. Модель изилденип жаткан предметтин негизги касиеттерин туура чагылдырышы керек [1, 45-67 бб]. Бул учурда эң негизгиси – модель менен реалдуу объекттин жүрүм-туруму бирдей мыйзамченемдерге баш ийиши зарыл. Айрыкча, реалдуу процесстердин математикалык модели катары дифференциалдык теңдемелерди колдонсо болот. Бул учурда, адегенде процессти сүрөттөгөн дифференциалдык теңдеме түзүлөт жана изденип жаткан функциянын канааттандырууга тийиш болгон кошумча шарттары коюлат [6, 120 б].

Өзгөрмөлөрү ажыратылган дифференциалдык теңдеме деп:

$$M(x)dx + N(y)dy = 0 \quad (1)$$

түрүндөгү теңдеме аталат [2, 112-134 бб]. Бул теңдемеде сол жагы өзүнчө өзгөрмөдөн көз каранды, ал эми оң жагы башка өзгөрмөдөн көз каранды болуп эсептелинет. (1) түрүндөгү теңдемелер барабардыктын эки жагын тең интегралдоо аркылуу чыгарылат.

$$\int M(x)dx + \int N(y)dy = C \quad (2)$$

1. Турактуу ылдамдануу менен болгон түз сызыктуу кыймыл

1 – маселе: Материалдык чекит түз сызык боюнча а турактуу ылдамдануусу менен кыймылдаса, чекиттин кыймыл законун тапкыла.

Чыгарылышы: а ылдамдануусу t убакыты боюнча v ылдамдыгынан алынган туундусун туюнтат, тагыраак айтканда:

$$\frac{dv}{dt} = a$$

Ошол себептен:

$$dv = a dt \quad (3)$$

Алынган (3) теңдемесин интегралдап, төмөнкүгө ээ болобуз:

$$v = at + C_1 \quad (4)$$

C_1 ди табуу үчүн, баштапкы ылдамдык v_0 го барабар деп алабыз, тагыраагы $t = 0$ болгондо $v = v_0$. Алынган баштапкы шарттарды (4) теңдемесине коюу менен, төмөнкүнү алабыз:

$$v_0 = 0 + C_1 \text{ же } C_1 = v_0$$

Ошентип (4) теңдемеси төмөнкү түрдө туюнтулат:

$$v = at + v_0 \quad (5)$$

Ылдамдык бул убакытка карата өтүлгөн жолдон алынган туундусу болгондуктан, (5) формуласын төмөндөгүдөй жазып алабыз:

$$\frac{ds}{dt} = at + v_0$$

Же

$$ds = atdt + v_0 dt$$

Акыркы барабардыкты интегралдоо менен, маселенин жалпы чыгарылышына ээ болобуз.

$$s = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t + C_2 \quad (6)$$

C_2 ни аныктоо үчүн баштапкы абалды, башкача айтканда $t = 0$ учурундагы аралыкты s_0 деп алабыз, б.а. $t = 0$ болгондо $s = s_0$. Бул маанилерди (6) теңдемеге коебуз [4, 50 б]:

$$s_0 = 0 + 0 + C_2 \text{ же } C_2 = s_0$$

Мындан

$$s = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t + s_0 \quad (7)$$

(5) жана (7) теңдемелеринде $a = g$, $v_0 = 0$, $s_0 = 0$, $s = h$ белгилөөлөрүн киргизүү менен телонун мейкинде эркин түшүүсүнүн закондорун алабыз:

$$v = gt \text{ жана } h = \frac{1}{2}gt^2$$

2. Өзгөрүлмө ылдамдануу менен болгон түз сызыктуу кыймыл

2 – маселе: Кыймылдап бараткан телонун ылдамдыгы өтүлгөн жолго тескери пропорционалдуу түрдө өсөт. Кыймылдын баштапкы учурунда тело эсептөөнүн башталыш чекитинен 5 метр алыстыкта жайгашкан жана анын баштапкы ылдамдыгы 20 м/сек болгон. Тело кыймылдап баштаган учурдан 10 секунд өткөндөн кийин канча жол басылганын жана ылдамдыгын аныктагыла.

Чыгарылышы: t – убакытты, ал эми s – дене өткөн жолду билдирсин. Дене кыймылынын ылдамдыгы – жолдун убакыт боюнча алынган туундусу болуп эсептелет. Шарттарга карата алынган дифференциалдык теңдеме, төмөнкүчө көрсөтүлөт:

$$\frac{ds}{dt} = \frac{k}{s} \quad (8)$$

k – бул жерде пропорционалдуулуктун коэффициенти. (8) теңдемесинде өзгөрмөлөрдү ажыратуу жана аны интегралдоо менен

$$sds = kdt; \frac{s^2}{2} = kt + C$$

алабыз, бул жерден:

$$s^2 = 2(kt + C)$$

же

$$s = \sqrt{2(kt + C)} \quad (9)$$

(9) функциясын дифференциалдап, ылдамдыкты табалы:

$$v = s' = \sqrt{2} \frac{k}{2\sqrt{kt + C}} = \frac{k}{\sqrt{2}\sqrt{kt + C}} \quad (10)$$

Берилген $t = 0, s = 5$, баштапкы шарттарын колдонуп, төмөнкүлөргө ээ болобуз:

$$v = s' = 20 \quad (11)$$

$$s(0) = \sqrt{2\sqrt{k \cdot 0 + C}} = \sqrt{2C} = 5$$

Бул жерден

$$C = \frac{25}{2} \quad (12)$$

Экинчи (11) шартын жана (12) барабардыгын колдонуп, пропорционалдуулук коэффициентин табууга карата барабардыкты алабыз:

$$v_0 = s'(0) = \frac{k}{\sqrt{2}\sqrt{k \cdot 0 + C}} = \frac{k}{\sqrt{2}\sqrt{C}} = 20$$

$$k = 20\sqrt{2}\sqrt{C} = 20\sqrt{2} \frac{5}{\sqrt{2}} = 100 \quad (13)$$

Табылып алынган (12) жана (13) маанилерин (9) барабардыгына коюп:

$$s = \sqrt{2} \sqrt{100t + \frac{25}{2}} = \sqrt{2} \sqrt{\frac{200t + 25}{2}} \quad (14)$$

$$v = s' = \frac{100}{\sqrt{2} \sqrt{100t + \frac{25}{2}}} = \frac{100}{\sqrt{2} \sqrt{\frac{200t + 25}{2}}} = \frac{100}{\sqrt{200t + 25}}$$

Изделип жаткан жолду (14) – теңдемег $t = 10$ маанисн берүү аркылуу табабыз:

$$s(10) = \sqrt{200 \cdot 10 + 25} = \sqrt{2025} = 45 \text{ м}$$

Ылдамдыкты таба турган болсок:

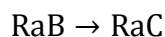
$$v_{10} = s'(10) = \frac{100}{45} = \frac{20}{9} \text{ м/сек}$$

3. Биринчи тартиптеги химиялык реакциялар

3 – маселе: Радиоактивдүү элемент RaB жарым жарылуу жолу менен RaC радиоактивдүү элементине айланат жана бул жараян 26,7 мүнөттө өтөт.

Баштапкы RaB затынын 0,2 бөлүгү калганга чейинки убакытты табуу керек.

Чыгарылышы: Бул жерде биринчи тартиптеги реакция болуп жатат.



Биринчи тартиптеги реакциянын математикалык туюнтмасы төмөнкүдөй болот:

$A \rightarrow$ (реакциянын акыркы продуктылары).

Эгерде a – A затынын баштапкы концентрациясы, x – реакция башталгандан бери убакыт t ичинде реакцияга кирген моль сандагы зат (литрге эсептегенде), анда реакциянын ылдамдыгы – dx/dt , ал эми ошол учурдагы аракеттүү масса – $(a - x)$ болуп эсептелет.

Аракеттүү массалар мыйзамы биринчи тартиптеги реакция үчүн дифференциалдык теңдеме түрүндө төмөнкүдөй жазылат:

$$\frac{dx}{dt} = k(a - x)$$

Өзгөрмөлөрдү бөлүштүрүү аркылуу төмөнкүнү алабыз:

$$\frac{dx}{a - x} = kdt \quad (15)$$

алынган (12) дифференциалдык теңдемесин интегралдап

$$t = \frac{1}{k} \ln \frac{c}{a - x}$$

жалпы чыгарылышын алабыз [5, 190 б].

Баштапкы шарттарды эске алып $t = 0, x = 0$ ду кое турган болсок:

$$0 = \frac{1}{k} \ln \frac{c}{a - 0}$$

же

$$C = a$$

Жалпы чыгарылышка коюу менен

$$t = \frac{1}{k} \ln \frac{a}{a - x} \quad (16)$$

Кошумча шарттар: $t = 26,7$ мүнөт, $x = a/2$ болсо

$$26,7 = \frac{1}{k} \ln \frac{a}{a - \frac{a}{2}} = \frac{1}{k} \ln 2$$

$$k \approx 0,026 \quad (17)$$

Алынган (17) маанисин (16) теңдемесине коюп, жоопту алабыз:

$$t = \frac{1}{0,026} \ln \frac{a}{a - 0,2} = \frac{1}{0,026} \ln \frac{5}{4} \approx 8,6 \text{ мүнөт}$$

Колдонулган адабияттар:

1. Матвеев Н. М. Дифференциалдык теңдемелер: окуу куралы студенттер үчүн. – Москва: Просвещение, 1988. – 256 б.
2. Пономарев К. К. Дифференциалдык теңдемелерди түзүү. – Минск: Вышэйшая школа, 1973. – 560 б.
3. Амелькин В. В. Дифференциалдык теңдемелердин колдонмолору. – Москва: Наука, 1987. – 160 б.
4. Гунько В. Д., Суховева Л. Ю., Смоленцев В. М. Дифференциалдык теңдемелер. Мисалдар жана типтүү тапшырмалар: окуу куралы. – Краснодар: КубГАУ, 2005. – 105 б.
5. Лелевкина Л. Г., Курманбаева А. К. Обыкновенные дифференциалдык теңдемелер. – Бишкек: КРСУ, 2016. – 190 б.
6. Солтонкулова Ж. М. Сызыктуу дифференциалдык теңдемелердин жалпы чыгарылышын түзүү маселелерин кошумча билим берүү системасында каралуусу. – Бишкек: Арабаев жарчысы, 2023. – 120 б.

Рецензент: педагогика илимдеринин кандидаты, доцент Сагыналиева Н.К.