УДК:510. 22
DOI 10.33514/1694-7851-2024-3/2-297-304

Бекбоева Т.А.
ага окутуучу
И. Арабаев атандагы Кыргыз мамлекеттик университети
Бишкек ш.
tbekboeva07@gmail.com

КӨПТҮКТӨР ЖӨНҮНДӨ ТҮШҮНҮКТӨР, АНЫН ТҮРЛӨРҮ ЖАНА АЛАР МЕНЕН БОЛГОН АМАЛДАРДЫ ОКУТУУНУН АЙРЫМ ЫКМАЛАРЫ

Аннотация. Макалада математикадагы негизги түшүнүктөрдүн бири болуп эсептелген көптүктөр, алардын түрлөрү жөнүндө түшүнүктөр жана алар менен аткарылуучу амалдарды окутуунун айрым ыкмалары жалпы билим берүүчү, орто жана жогорку окуу жайларда окуп жаткан студенттерге жана мектеп курагында окуп жаткан окуучуларга үйрөтүү жолдору каралат.

Ар бир математикалык теория ар түрдүү касиетке ээ болгон, элементтери ар кандай түшүнүктү түзгөн көптүктөрдү окутат. Теориянын мазмуну бир түшүнүктү экинчиси аркылуу аныктоодон жана алардын айрым касиеттерин мурда далилденген башка бир касиеттердин негизинде далилдөөдөн турат. Бардык түшүнүктөрдү аныктоо, алардын касиеттерин далилдөө мүмкүн эмес. Ошондуктан кээ бир түшүнүктөрдү, байланыштарды, касиеттерди аныктамасыз, далилдөөсүз кабыл алууга туура келет. Демек, булар алгачкы, негизги түшүнүктөр деп айтылат, ал эми касиеттер негизги касиеттер же аксиомалар деп аталат. Бул болсо каралып жаткан математикалык теориянын негизин түзөт. Мисалы: көптүккө аныктама берилбейт, бирок ар бир көптүккө өзүнчө түшүнүк берилет.

Негизги сөздөр: математика, көптүктөр, көптүктөр теориясы, көптүктүн элементи, мүнөздүү касиет, чектүү, чексиз, барабар, куру, камтылган, кесилиши, биригүүсү, айырмасы.

Бекбоева Т.А.
старший преподаватель
Кыргызский государственный университет имени И. Арабаева
г. Бишкек
tbekboeva07@gmail.com

ПОНЯТИЯ О МНОЖЕНИЯХ, ЕГО ВИДЫ И ИХ НЕКОТОРЫЕ МЕТОДЫ ОБУЧЕНИЯ

Аннотация. В статье рассматриваются множества, являющиеся одними из основных понятий в математике, об их видах и некоторых методах обучения совершаемым с ними действиям учащихся общеобразовательных, средних и высших учебных заведений, а также учащихся школьного возраста.

Каждая математическая теория изучает множества, обладающие разными свойствами, элементы которых образуют разные понятия. Содержание теории состоит в определении одного понятия через другое и доказательстве одних их свойств на основе других, ранее доказанных свойств. Невозможно определить все понятия и доказать их свойства. Поэтому некоторые понятия, связи, свойства приходится принимать без определения и доказательства. Поэтому говорят, что это примитивные, базовые понятия, а свойства называются фундаментальными свойствами или аксиомами. Это составляет основу рассматриваемой математической теории. Например: понятие множества мы используем без определения, но каждому множеству дано отдельное понятие.

Ключевые слова: математика, множества, теория множеств, элемент множества, характеристическое свойство, конечное, бесконечное, равное, пустое, содержащееся, пересечение, объединение, разность.

Бекбоева Т.А.
Senior Lecturer
Kyrgyz State University named after I. Arabaev
Bishkek c.
tbekboeva07@gmail.com

CONCEPTS ABOUT MULTIPLICATIONS, ITS TYPES AND THEIR SOME TRAINING METHODS

Annotation. The article discusses sets, which are one of the basic concepts in mathematics, about their types and some methods of teaching students of general education, secondary and higher educational institutions, as well as school-age students, to perform actions with them.

Each mathematical theory studies sets that have different properties, the elements of which form different concepts. The content of the theory consists in defining one concept through another and proving some of their properties on the basis of other, previously proven properties. It is impossible to define all concepts and prove their properties. Therefore, some concepts, connections, properties have to be accepted without definition and proof. Therefore, they say that these are primitive, basic concepts, and the properties are called fundamental properties or axioms. This forms the basis of the mathematical theory under consideration. For example: the plural is not defined, but each plural is given a separate concept.

Keywords: mathematics, sets, set theory, element of a set, characteristic property, finite, infinite, equal, empty, contained, intersection, union, difference.

Окуучуларга математикалык билим берүү, аларды математикага кызыктыруу, логикалык ойлоосун, сүйлөө маданиятын өстүрүү келечектеги мугалимдердин математикалык жактан даярдалышынан бир топ көз каранды болот эмеспи. Учурдагы мектептеги математика курсунун программасынын мазмуну, бул предметке көңүл койгон, кызыккан окуучулардын билиминин, билгичтигинин терең жана системалуу болушуна жеткиликтүү деңгээлде жооп бербегенине күндөлүк турмуш өзү күбө болууда. Анткени математиканын айрым негизги түшүнүктөрү (мисалы сан көптүктөрү ж. б.) программадан алынып салынган.

Макалада биз “Көптүктөр, көптүктөрдүн түрлөрү жана алар менен аткарылуучу амалдар” жөнүндө баяндайбыз. Ар бир түшүнүктүн теориялык бөлүмү берилип андан кийин турмуштан алынган мисалдарды келтирип, турмуш менен байланыштырып, алардын логикалык ойлоо сезимин өстүрүп, сүйлөө маданиятын калыптандырып, андан кийин көнүгүүлөрдү иштетүү менен практика менен айкалыштырабыз. Соңунда өз алдынча чыгаруу үчүн көнүгүүлөр тапшырма катары берилет.

Көптүктөр теориясы жөнүндө түшүнүктөр башталгыч класстардын математикасында ачык айтылбайт, бирок көптүктөр менен болгон амалдар кыйыр түрдө окутулуп келе жатат. Көптүктөр теориясынын алынып салынышы, математикалык түшүнүктөрдү аксиоматикалык методдун негизинде окуп үйрөнүүгө, өздөштүрүүгө толук мүмкүнчүлүк бербей келет. Анткени сан жөнүндөгү түшүнүктөр, натуралдык сандарды кошуу жана көбөйтүү, алардын касиеттери жөнүндөгү негизги түшүнүктөр көптүктөр теориясы аркылуу берилээри белгилүү. Ошондуктан учурда ар бир эмгектенип жаткан мугалим көптүктөр теориясы жөнүндө терең, татыктуу, толук кандуу билим алышы зарыл.

Көптүктөр түшүнүгү математикадагы негизги түшүнүктөрдүн бири болуп эсептелет. Көптүктөр теориясына негиз салуучу немец математиги, окумуштуу Г. Кантор болгон.[1, 4 б.] Бул түшүнүк аныктамасыз кабыл алынган. Бирок ар бир көптүккө өзүнчө түшүнүк берүүгө болот. Көптүктөр түшүнүгү предметтердин же кандайдыр бир объектердин биригүүсүн (жыйындысын, тобун, үйүрүн, тайпасын, жамаатын) элестетип көрсөтөт. Биз жашоодо, турмушта, практикада “бир мектептин окуучулары”, “бир короо кой”, “бир үйүр жылкы” ,“кыргыз тилиндеги үнсүз тамгалар”, “математикадагы натуралдык сандар”, И. Арабаев атындагы университетте окуп жаткан студенттер ж. б. деген сүйлөмдөрдү көп эле кездештиребиз. Мындай сүйлөмдөрдү математикада көптүктөр деген термин менен алмаштырып мындай деп айтсак болот. Мисалы: И. Арабаев атындагы кыргыз мамлекеттик университетинде эмгектенип жаткан окутуучулардын көптүгү, кыргыз алфавитиндеги үндүү жана үнсүз тамгалардын көптүгү, $x + 1 > 12$ барабарсыздыгынын чыгарылыш көптүгү, берилген аудиториядагы студенттердин көптүгү, парталардын көптүгү, мектептеги окуучулардын көптүгү, мектептерде эмгектенген мугалимдердин көптүгү, короодогу малдардын, тоокторду көптүгү, жылкылардын көптүгү, берилген түз сызыктагы чекиттердин көптүгү ж. б. Булардын ар бири өзүнчө көптүк болуп эсептелет. Күнүмдүк жашоодо көптүк деген терминдин ордуна “жыйындысы”, “тобу”, “үйүрү”, “набору”, “коллекциясы”, “тайпасы”, “чогуусу”, “жамааты” деген ж. б. сөздөр колдонулуп келет. Демек биз көптүк деп каалагандай нерселердин чогуусун, жыйындысын түшүнөт экенбиз.

Биз жогоруда баяндагандай нерселердин чогуусу, көптүктү түзөт. Кандайдыр бир көптүктү түзгөн нерселердин ар бири ал көптүктүн элементтери деп аталат. Мисалы: 5 саны натуралдык сандардын көптүгүнүн элементи, июль айы жыл ичиндеги айлардын көптүгүнүн элементи, дүйшөмбү, жума (апта) ичиндеги күндөрдүн көптүгүнүн элементи болуп эсептелет. Мисалы: биз жогоруда атаган мектептеги окуучулар, институттагы студенттер, короодогу малдар, түз сызыктын чекиттери, тиешелүү көптүктөрдүн (мектеп, институт, короо, түз сызык,) элементтери болуп эсептелет. Башкача айтканда көптүктүн элементтери реалдуу предметтер (адамдар, малдар, дарактар, машиналар ж. б.) жана ошондой эле абстрактуу предметтер (чекиттер, сандар ж. б.) боло алышат. Демек, ар кандай көптүк өзүнүн элементтери менен бир маанилүү жана толук аныкталат. Ар бир көптүктүн өзүнө тиешелүү элементи болот. Мисалы, 10 деген натуралдык сан натуралдык сандардын көптүгүнө тиешелүү, бирок ал бир айылда жашаган тургундардын көптүгүнө тиешелүү эмес. Келтирилген мисалдардын негизинде, көптүктөр ар кандай элементтерден мисалы, адамдардан, сандардан, койлордон, тамгалардан, чекиттерден, машиналардан, гүлдөрдөн, дарактардан жана башкалардан түзүлүшөт. Ошентип, көптүк менен анын элементинин арасында белгилүү байланыш бар. Берилген байланыштар “тиешелүү”, “тиешелүү эмес”, “элементи болот”, “элементи болбойт”, “жатат”, “жатпайт”, деген терминдер аркылуу берилет. Мисалы, 6 саны натуралдык сандардын көптүгүнө тиешелүү, “а” тамгасы үндүү тамгалардын көптүгүнө тиешелүү, ал эми “н” тамгасы үндүү тамгалардын көптүгүнө тиешелүү эмес. Айрым бир учурда кандайдыр көптүктүн элементтеринин өздөрү да көптүктөр болуп калат. Мисалы: И. Арабаев атындагы Кыргыз мамлекеттик университетине караштуу кошумча кесиптик билим берүү институтунун табигый математикалык билимдер кафедрасынын группаларынын көптүгүн алалы. Мында көптүктүн элементтери болуп ар бир группа эсептелет. Ошол эле учурда ар бир группа өз кезегинде көптүк боло алат, анткени ал студенттердин көптүгүнөн турат.

Көптүктөрдү негизинен латындын чоң тамгалары A, B, C, D, … , менен, ал эми көптүктүн элементтерин латындын кичине тамгалары a, b, c, d, … , менен белгилешет.

Кай бир учурда математикада жана башка илимдерде берилген кандайдыр бир объект каралып жаткан көптүккө тиешелүү же тиешелүү эмес экендигин түшүндүрүүгө туура келет. Мисалы, эгерде 15 саны натуралдык сан деп айтсак, башка сөз менен айтканда биз 15 саны натуралдык сандардын көптүгүнө тиешелүү экендигин тастыкташыбыз керек.

у элементи В көптүгүнө тиешелүү деген сүйлөмдү, ∈ символун колдонуу менен мындайча жазабыз: у ∈ В. Ал эми окуганда ар түрдүү окусак болот. "у элементи В көптүгүнө тиешелүү", же «у элементи В көптүгүнө таандык», же «у элементи В көптүгүнө кирет» деп окуйбуз. Ал эми «у элементи В көптүгүндө жатпайт деген сүйлөмдү, мындай жазабыз: у ∉ В да төмөндөгүдөй окуйбуз. у элементи В көптүгүнө таандык эмес, же у элементи В көптүгүнүн элементи эмес, же у элементи В көптүгүндө жатпайт. Мисалы: эгер А так натуралдык сандардын көптүгү болсо, анда төмөнкүлөр , туура (чындык) болот.

$$111 \in A,\ 1047 \in A,\ 1000009 \in A,\ 198 \notin A,\ 1\frac{2}{3} \notin A.$$

Көптүктөр чектүү жана чексиз болот. Көптүктүн элементтери кай бирде саналып берилет, башкача айтканда чектүү сандагы элементтерден турат. Мисалы, кафедрада эмгектенип жаткан окутуучулардын көптүгү чектүү элементтерден турат, анткени эмгектенип жаткан окутуучуларды саноого болот. Мындай көптүктөр чектүү көптүктөр деп аталат. Бардык эле көптүктөрдүн элементтери саналып берилбейт, себеби кээ бир көптүктөр чексиз көп элементтерди камтышы мүмкүн. Бул учурда анын элементтеринин баарын санап берүүгө мүмкүн эмес. Түз сызыктын чекиттеринин көптүгү, асмандагы планетадагы жылдыздардын көптүгү, таштардын көптүгү, тоо, токойдогу бак-дарактардын көптүгү чексиз көп элементтерден турат, аны саноого мүмкүн эмес. Чексиз көптүккө дагы бир мисал келтирели. Натуралдык сандардын көптүгү, бүтүн сандардын көптүгү, рационалдык сандардын көптүгү, чыныгы сандардын көптүгү, чексиз көптүк болуп эсептелет. Математикада бул көптүктөр үчүн атайын белгилөө кабыл алынган: N тамгасы менен натуралдык сандардын көптүгүн, Z тамгасы менен бүтүн сандардын көптүгүн, Q тамгасы менен рационалдык сандардын көптүгүн, R тамгасы менен чыныгы сандардын көптүгүн белгилешет. Мындай көптүктөр чексиз көптүктөр деп аталат. Бул учурда көптүк, элементтеринин мүнөздүү касиетин баяндоо жолу менен берилет. Андай касиетке берилген көптүктүн бардык элементтери гана ээ болот. Бул касиет төмөндөгүдөй түшүндүрүлөт: так сандардын көптүгүн $A = \{1, 3, 5, 7, \dots\}$ деп жазабыз. Бул учурда улам кийинки элемент андан түздөн-түз мурда келүүчү санга экини кошуу аркылуу алынат. Мүнөздүү касиетке ээ болгон элементтери берилген көптүк мындай белгиленет: фигуралык кашааны ачып, анын ичине көптүктүн элементтеринин белгиленишин жазып, андан кийин вертикалдык сызыкча жүргүзүп, мүнөздүү касиетин жазып, кашааны жаап коюу керек.

Мисалы: В көптүгү 8 ден кичине болгон натуралдык сандарынан тургандыгын төмөндөгүдөй жазабыз.

$B = \{ x \mid x < 8, x \in N\}$

$C = \{y \mid y > 4, y \in z\}$ деген жазуу, C көптүгү төрттөн чоң болгон y бүтүн сандарынан тургандыгын билдирет.

Дагы бир мисал карап көрөлү. $x > 15$ барабарсыздыгынын чыгарылыштарынын көптүгүн жазуу талап кылынсын дейли. Бул көптүктү D деп белгилейли. Анын элементтери 15 тен чоң болгон бардык сандар. Андай сандар чексиз көп, ошондуктан D көптүгү чексиз көп элементтерден турат деп айтабыз. Элементтерге таандык болгон бир жалпы касиет бар, ал 15 тен чоң болуу касиети. D көптүгүнүн каалагандай элементин x деп белгилесек, анда ал көптүктү төмөндөгүдөй жазууга болот.

$D=\{x \mid x > 15\}$.

Көптүктөр чектүү сандагы элементтерден, жана ошондой эле чексиз көп элементтерден түзүлөөрүнө күбө болдук , башкача айтканда көптүктөр чектүү элементтерди камтыган сыяктуу эле чексиз элементтерди да камтыйт экен. Мисалы, мектепте окутулуп жаткан предметтердин саны, группадагы окуп жаткан студенттердин саны чектүү элементтерден турат, себеби аларды саноого болот. Мындай көптүктөрдү чектүү көптүктөр деп аташат. Ал эми түз сызыктын чекиттеринин көптүгү чексиз көп элементтерден (чекиттерден) $M = \{x, y, z, \ldots\}$ турат, аны саноого мүмкүн эмес. Ошондуктан андай көптүктөрдү чексиз көптүктөр деп аташат. Эгерде каалагандай элемент жөнүндө анын кандайдыр көптүккө тиешелүү болоорун же болбосун айтууга мүмкүн болсо, анда ал көптүк берилген деп айтышат. Демек көптүктөрдүн берилишинин негизги эки жолу бар экендигине жогоруда ынандык. Көптүктүн берилиш жолдорун бышыктоо максатында төмөндөгүдөй жыйынтыкка келебиз.

а) Көптүктүн бардык элементтерин санап, ал көптүктү түзүүгө болот. Көптүктүн мындай берилиши көптүк чектүү болгон учурда гана мүмкүн экендигине жогоруда күбө болдук. Көптүк кээ бир учурда бир эле элементтен турушу мүмкүн. Мисалы: каз деген сөздө бир эле үндүү тамга бар. Демек бул үндүү тамгалардын көптүгүндө бир гана үндүү тамганы камтыйт дегенди билдирет. Эгерде k, n, m элементтери берилген болсо, анда алардын көптүгү аныкталган болот, б. а. ал көптүктү А аркылуу белгилесек, анда берилген деп эсептелет. Элементтерди ирээти менен санап, төмөндөгүдөй жазабыз.

$A = \{k, n, m\}$.

А дан кийин барабардык коюп, анын оң жагына фигуралуу кашаа ачып, кашаанын ичине элементтер ирети менен жазылат. Муну А көптүгү k, n, m элементтеринен турат деп айтышат. Мисалы, жума (апта) ичиндеги күндөрдүн көптүгүн M деп белгилесек, анда $M = \{\text{дүйшөмбү, шейшемби, шаршемби, бейшемби, жума, ишемби, жекшемби}\}$ болот, мында ар бир күн M көптүгүнүн элементи болот.

б) Кай бирде көптүктүн элементтерин саноого мүмкүн болбой калат же саноонун өзү практикалык жактан оңтойсуз болот. Башкача айтканда бардык эле элементтердин көптүгү саналып берилбейт, анткени кээ бир көптүктөр чексиз көп элементтен турушу мүмкүн, андыктан анын элементтеринин баарын санап берүү жолу ыңгайсыз жана мүмкүн эмес. Мындай учурда көптүк, элементтеринин мүнөздүү касиеттерин колдонуу, көрсөтүү жолу менен берилет, б. а. андай касиетке берилген көптүктүн бардык элементтери гана ээ болот.

Көптүккө тиешелүү болгон ар бир элемент ээ болгон, жана ага тиешелүү болбогон бир дагы элемент ээ болбогон касиет мүнөздүү касиет деп аталат. [4, 64б.] Мындай учурда көптүктү бардык элементтерине таандык болгон мүнөздүү касиеттен пайдаланып берүүгө болот. Мисалы, бардык натуралдык сандардын көптүгүн төмөндөгүдөй түрдө жазабыз.

$N = \{1, 2, 3, \ldots\}$

Бирок, жазуунун мындай ыкмасы көптүктүн жазылган бөлүгүнөн көп чекит эмнени билдире турганы түшүнүктүү болгондо гана мүмкүн болот.

Бир дагы элементке ээ болбогон көптүк куру (же бош) көптүк деп аталат, жана $\emptyset$ белгиси менен белгиленет. Мисалы $x^3 + 6 = 0$ теңдемесинин тамырларын табуу талап кылынсын дейли. Бул теңдеменин чыгарылышы куру көптүк болот. Көптүк жана анын элементтери жөнүндөгү түшүнүктү абдан жакшы түшүнүп алгандан кийин, көптүктөрдүн арасындагы катыштарды карайбыз. Бизге эки көптүк берилсин: A = $\{1, 2, 3, 4, 5\}$ жана B = $\{2, 4, 6, 7\}$. 2, жана 4 элементтери бир эле учурда A көптүгүндө жана B көптүгүндө жатат. Бул учурда 2 жана 4 элементтери A жана B көптүгүнүн жалпы элементи болот жана көптүктөрдүн өзүлөрү кесилишет деп айтышат. Эгерде көптүктөр жалпы элементке ээ болбосо, анда алар кесилишпейт деп айтышат.

A = $\{1, 2, 3, 4, 5\}$ жана B = $\{3, 4, 5\}$ көптүктөрүн карайлы. Бул көптүктөр кесилишет, мындан тышкары B көптүгүнүн ар бир элементи A көптүгүнүн да элементи болот.

Аныктама. Эгерде A көптүгүнүн бардык элементтери B көптүгүнүн элементтери болсо, анда A көптүгү B көптүгүнө камтылган деп аталат. Бир көптүктүн экинчи көптүккө камтылуусун $\subset$ символу аркылуу белгилешет, б. а. $A \subset B$ деп жазылат. [3, 5 б.] A жана B көптүктөрү берилсе, жана алар бирдей жана ошол гана элементтерден турса, б. а. A көптүгүнүн ар бир элементи ошол эле учурда B көптүгүнүн элементи болсо, ал эми B көптүгүнүн ар бир элементи ошол эле учурда A көптүгүнүн элементи боло алса, анда алар барабар көптүктөр деп аталат жана A = B деп белгиленет же жазылат. [2. 5 б]

Мисалы: A = $\{3^2, 4^2, 5^2, 11^2, 13^2, 14^2\}$; жана B = $\{9, 16, 25, 121, 169, 196\}$.

A жана B көптүктөр барабар, анткени эки көптүк тең 9, 16, 25, 121,169, 196 сандарынан турат. Эгерде көптүк өзүнүн чектүү сандагы элементтери менен берилсе, анда элементтеринин жазылыш тартиби эч кандай роль ойнобогондугу көптүктөрдүн барабардык аныктамасынан эле келип чыгат. Мисалы: A = { a, b, c}; B = {c, a, b} көптүктөрү барабар. Анткени алар бирдей элементтер менен берилген. Демек элементтердин ордун алмаштыруудан көптүк өзгөрбөйт.

Куру көптүккө түшүнүк берүүдөн мурда төмөндөгүдөй мисалдарды карап көрөлү.

1) 4x – 72 = 0 теңдемесинин тамырларынын көптүгүн жазгыла. Бул теңдеме бир гана x=18 деген тамырга ээ болот (анткени ал санды теңдемедеги x тин ордуна койгондо барабардык туура болот). Демек, берилген теңдеменин тамырларынын көптүгү бир элементтен б. а. 18 деген сандан турат. Берилген теңдеменин тамырларынын көптүгүн M деп белгилесек, анда төмөндөгүдөй жазабыз: M=$\{18\}$.

2) x(x + 2)(x +3) (x +5) = 72 теңдемесинин тамырларынын көптүгүн жазгыла.
Белгилүү жол менен бул теңдеменин тамырларын тапсак, $x_1 = 1$, $x_2 = -6$ деген эки тамырга ээ болобуз. Анда изделүүчү көптүк эки элементтен турат. M = $\{1, -6\}$.
3) $x^2 + 5 = 0$ теңдемесинин тамырларынын көптүгүн табуу талап кылынсын. Теңдемедеги x тин ордуна кандай чыныгы санды койсок да $x^2 + 5$ суммасы нөлгө барабар болбойт. Демек, бул теңдеменин чыныгы тамыры жок, б. а. теңдеменин чыныгы тамырларынын көптүгүнүн бир дагы элементи болбойт. Акыркы теңдеменин чыныгы тамырларын табуу жана турмушта кезигүүчү көп сандаган башка маселелерди кароо куру көптүк жөнүндөгү түшүнүктү киргизүүгө алып келет. Анын математикада чоң мааниси бар.

Бир дагы элементке ээ болбогон көптүк куру (же бош) көптүк деп аталат да, $\emptyset$ белгиси менен белгиленет. Демек, 3) – теңдеменин чыныгы тамырларынын көптүгү куру көптүк (M = $\emptyset$) болот. Мисалдар келтирели. Айда жашаган жаныбарлардын көптүгү, Кыргызстандагы асман тиреген имараттын 50 – кабатында жашаган адамдардын санынын көптүгү, шоолада 7 санынын сол жагында жайланышкан үч орундуу натуралдык сандардын көптүгү куру көптүккө мисал боло алат.

Кай бирде бир көптүктүн бардык элементтери экинчи көптүктүн да элементтери болуп калат. Мисалы, педагогикалык факультеттин студенттеринин көптүгү A болсун, ал эми ошол факультеттин 1-курсунда окуган студенттеринин көптүгү B болсун. Мында B көптүгүнүн ар бир элементи A көптүгүнүн да элементи болот. Анткени 1-курста окуган ар бир студент педагогикалык факультеттин да студенти болуп эсептелет.

C=$\{a,\ b,\ c,\ m\}$ жана D=$\{b,\ \ c\}$ көптүктөрү берилсин. Берилиши боюнча D көптүгүнүн b жана c элементтери C көптүгүнүн да элементтери болуп эсептелет. Эгерде бир көптүктүн бардык элементтери экинчи көптүктүн да элементтери болуп эсептелсе, анда биринчи көптүк экинчи көптүккө камтылган деп айтышат. Бир көптүктүн экинчи көптүккө камтылуусун "$\subset$" аркылуу белгилешет.

Куру көптүк каалагандай A көптүгүнүн камтылган көптүгү болот: $\emptyset \subset$ A. Ошондой эле A $\subset$ A деп да эсептөөгө болот. Эгерде B $\subset A$ болуп, бирок A көптүгүнүн B көптүгүнүн элементтеринен башка да элементтери бар болсо, анда B көптүгү A нын өздүк камтылган көптүгү, ал эми $\emptyset$ жана A өздүк эмес камтылган көптүктөрү деп аталат.

Эгерде A=$\{3, 4, 5\}$ көптүгү берилсе, анда анын өздүк камтылган көптүктөрү:

$\{3\}, \{4\}, \{5\}, \{3, 4\}, \{3, 5\}, \{4, 5\}$ болот. Ал эми өздүк эмес камтылган көптүктөрү: $\{3, 4, 5\}$ жана $\emptyset$.

Эгерде B $\subset A$ жана A $\subset$ B болсо, анда A=B болоору түшүнүктүү. Анда эки көптүктүн барабардыгына дагы төмөндөгүдөй аныктама берүүгө мүмкүн. Эгерде B көптүгүнүн каалагандай элементи A көптүгүнүн да элементи болсо, ошондой эле A көптүгүнүн каалагандай элементи B көптүгүнүн да элементи болсо, анда A жана B көптүктөрү барабар болушат.

A = $\{3,4\}$, B = $\{2, 3, 4\}$ жана C = $\{2,3, 4, 6\}$ көптүктөрү берилсин. Мында A $\subset$ B $\subset C$ жана A $\subset$ C экендигин байкайбыз. Демек, эгерде A $\subset$ B жана B $\subset$ C болсо, анда A $\subset$ C болот. Чындыгында эле A көптүгүнүн бардык элементтери B га, ал эми B көптүгүнүн бардык элементтери C га тиешелүү болсо, анда A көптүгүнүн бардык элементтери C га тиешелүү болот. Мисалы: N = $\{4, 5, 6\}$ көптүгү берилген. Өздүк жана өздүк эмес камтылган көптүктөрүн көрсөткүлө. $\{4\}$, $\{5\}$, $\{6\}$, $\{4, 5\}$, $\{4, 6\}$, $\{5, 6\}$ көптүгү өздүк ал эми $\{4, 5, 6\}$ жана $\emptyset$ өздүк эмес камтылган көптүктөрү болот.

A = $\{a, b, d, f\}$ жана $B = \{d, f, e, \}$ көптүктөрү берилсин. A га да, B га да тиешелүү болгон элементтерден үчүнчү бир C көптүгүн түзөлү: C = $\{d, f\}$. Мында C көптүгү A менен B көптүктөрүнүн кесилиши деп аталат. [6,6 б.]

Аныктама. A жана B көптүктөрүнүн кесилиши деп, ошол көптүктөрдүн ар бирине тиешелүү болгон элементтерден гана турган C көптүгүн айтабыз. Бул болсо A $\cap$ B деп белгиленет. $\cap$ $-$ көптүктөрдүн кесилишинин белгиси.

Аныктама. A жана B көптүктөрүнүн биригүүсү деп, ошол көптүктөрдүн жок дегенде бирине тиешелүү болгон элементтерден турган C көптүгүн айтабыз. Бул болсо A $\cup$ B деп белгиленет. $\cup$ $-$ көптүктөрдүн биригүүсүнүн белгиси.

Мисалы: A = $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ $B = \{2, 4, 6, 7, 8\ \}$ A $\cup$ B = $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$

Эки көптүк менен аткарылуучу дагы бир амалга токтолобуз. Ал эки көптүктүн айырмасы.

Аныктама. А жана В көптүгүнүн айырмасы деп, А көптүгүнүн В көптүгүнө тиешелүү болбогон элементтеринен турган көптүктү аташат. А жана В көптүгүнүн айырмасы А \ В деп белгиленет.

Мисалы: А = $\{a, b, d, e, f, k\}$, $B = \{a, \text{e}, \text{c}, \text{t}\}$ болсо, анда А \ В = $\{b, d, f, k\}$

Аныктама. А жана В көптүктөрүнүн декарттык көбөйтүндүсү деп, биринчи компоненти А көптүгүнө, экинчи компоненти В көптүгүнө таандык болгон бардык түгөйлөрдү айтабыз. [4, 4 б.] А жана В көптүктөрүнүн декарттык көбөйтүндүсү А × В түрүндө белгиленет.

Мисалы: А=$\{1, 2, 3\}$, $B = \{4, 6\}$, көптүктөрү берилген, А × В ны б. а. эки көптүктүн декарттык көбөйтүндүсүн тапкыла.

$$A \times B = \{(1,4), (1,6), (2,4), (2,6), (3,4), (3,6)\}.$$

Өтүлгөн темалар боюнча бышыктоо жүргүзүп, турмуштан алынган мисалдарды келтирип, көнүгүүлөрдү аткаргандан кийин төмөндөгүдөй тапшырмаларды берсе болот.

Көнүгүүлөр

1. Көптүктөргө: а) сандардан, б) геометриялык фигуралардан түзүлгөн мисалдарды келтиргиле.
2. 6 дан чоң 12 ден кичине натуралдык сандардын көптүгүн жазгыла.
3. А – "арифметика" деген сөздөгү тамгалардын көптүгү. Аны фигуралуу кашаанын жардамы менен жазгыла.
4. В = $\{ x \mid x \in N, 2 < x < 6\}$ деп берилсе, ал көптүктүн элементтерин санап чыккыла.
5. А – тең жактуу үч бурчтуктардын көптүгү, ал эми В – бардык бурчтары барабар болгон үч бурчтуктардын көптүгү болсо, анда алар кандай көптүктөр болушат.
6. Төмөнкү көптүктөрдү фигуралуу кашаанын же ∅ белгисинин жардамы менен жазгыла:
   а) 4 цифрасы мене бүткөн эки орундуу сандардын көптүгүн;
   б) шоолада 3 санынын сол жагында жайланышкан натуралдык сандардын көптүгүн;
   в) шоолада 8 санынын сол жагынан орун алган натуралдык эки орундуу сандардын көптүгүн.

1. А = {б, в, г, д, е}; В = {б, г, е, и, л}; С = {в, д, к}; көптүктөрү берилди. Фигуралуу кашаанын жардамы менен бул көптүктөрдүн ар бирин жазгыла. $A \cup B$; $A \cup C$; $B \cup C$; $B \cup A$; $A \cup B \cup C$;

Колдонулган адабияттар

1) Айылчиев А. – "Математика" Фрунзе, 1984;
2) Келдибаев Б. – "Сан көптүктөрү" Фрунзе, КМУ 2006;
3) Саламатов Ж. – "Көптүктөр жана функциялар теориясынын элементтери" Бишкек, 1998;
4) Стойлова Л. П., Пышкало А. М. – "Основы начального курса математики" Москва, 1988;
5) Столл Р. – "Множества. Логика. Аксиоматические теории" – Москва, 1988;
6) Ыбыкеева Ж. – "Элементардык математика" Бишкек, 2001.

Рецензент: физика-математика илимдеринин кандидаты, доцент Эгембердиев Ш. А.