ТАБИГЫЙ ИЛИМДЕР / ЕСТЕСТВЕННЫЕ НАУКИ

УДК: 514.17: 62:53
DOI 10.33514/1694-7851-2025-4/1-10-18

Асанова Ж.К.
физика-математика илимдеринин кандидаты, профессордун м.а.
И. Арабаев атындагы Кыргыз мамлекеттик университети
Бишкек ш.
zhyldyzasanova73@mail.ru
Бектемир кызы А.
окутуучу
И. Арабаев атындагы Кыргыз мамлекеттик университети
Бишкек ш.
aizatbektemirkyzy92@mail.ru
Идирисова Н.Э.
магистрант
И. Арабаев атындагы Кыргыз мамлекеттик университети
Бишкек ш.

ТРИГОНОМЕТРИЯЛЫК ФУНКЦИЯЛАРДЫН ТАБИГЫЙ-ИЛИМИЙ ЖАНА ТЕХНИКАЛЫК ТАРМАКТАРДА ПРАКТИКАЛЫК КОЛДОНУЛУШУ

Аннотация. Бул макалада тригонометриялык функциялардын табигый жана техникалык илимдердеги практикалык колдонулушу каралган. Айрыкча физика, механика, астрономия, архитектура жана инженерия тармактарындагы мааниси кеңири талданып, ар бир тармак боюнча конкреттүү колдонмо мисалдар келтирилет. Тригонометриялык функциялар – толкундардын, термелүүлөрдүн, кыймылдын, жарыктын таралышы жана башка көптөгөн процесстерди математикалык жактан моделдөөдө негизги аспап болуп эсептелет. Мисалы, механикада телолордун термелүүсүн анализдөөдө, физикада гармониялык термелүүлөрдү сүрөттөөдө, ал эми астрономияда асман телолорунун кыймылын эсептөөдө колдонулат. Ошондой эле инженердик долбоорлордо конструкциялардын туруктуулугун эсептөөдө жана архитектурада бурчтар менен өлчөмдөрдү так аныктоодо тригонометриялык эсептөөлөр өтө маанилүү роль ойнойт. Макаланын максаты – тригонометриялык функциялардын теориялык негиздерин жана алардын колдонмо мүмкүнчүлүктөрүн талдап, бул функциялар илим менен техниканын өнүгүүсүндө кандай мааниге ээ экенин көрсөтүү.

Негизги сөздөр: тригонометрия, тригонометриялык функциялар, физика, инженерия, механика, астрономия, колдонмо математика, гармоникалык термелүү, толкун кыймылы, конструкциялык анализ.

Асанова Ж.К.
кандидат физико-математических наук, и.о. профессора
Кыргызский государственный университет имени И. Арабаева
г. Бишкек
zhyldyzasanova73@mail.ru
Бектемир кызы А.
преподаватель

Кыргызский государственный университет имени И. Арабаева
г. Бишкек
aizatbektemirkyzy92@mail.ru
Идирисова Н.Э.
магистрант
Кыргызский государственный университет имени И. Арабаева
г. Бишкек

ПРАКТИЧЕСКОЕ ПРИМЕНЕНИЕ ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИХ ФУНКЦИЙ В ЕСТЕСТВЕННО-НАУЧНЫХ И ТЕХНИЧЕСКИХ ОБЛАСТЯХ

Аннотация. В статье рассматривается практическое применение тригонометрических функций в естественных и технических науках. Особое внимание уделяется их значению в таких областях, как физика, механика, астрономия, архитектура и инженерия. Для каждой из этих сфер приведены конкретные примеры применения. Тригонометрические функции являются основным инструментом при математическом моделировании таких явлений, как волны, колебания, движение, распространение света и другие. Например, в механике они применяются для анализа колебаний тел, в физике – для описания гармонических колебаний, а в астрономии – для расчёта движения небесных тел. Также тригонометрические расчёты играют важную роль в инженерных проектах при оценке устойчивости конструкций и в архитектуре – при точном определении углов и размеров.
Цель статьи – проанализировать теоретические основы тригонометрических функций и их прикладные возможности, а также показать их значение для развития науки и техники.

Ключевые слова: тригонометрия, тригонометрические функции, физика, инженерия, механика, астрономия, прикладная математика, гармонические колебания, волновое движение, конструкционный анализ.

Zh.K. Asanova
Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Associate Professor
Kyrgyz State University named after I. Arabaev
Bishkek c.
zhyldyzasanova73@mail.ru
A. Bektemir kyzy
lecturer
Kyrgyz State University named after I. Arabaev
Bishkek c.
aizatbektemirkyzy92@mail.ru
N.E. Idirisova
master’s student
Kyrgyz State University named after I. Arabaev
Bishkek c.

PRACTICAL APPLICATION OF TRIGONOMETRIC FUNCTIONS IN NATURAL AND TECHNICAL SCIENCES

Abstract. This article explores the practical applications of trigonometric functions in natural and technical sciences. Special attention is paid to their significance in fields such as physics, mechanics, astronomy, architecture, and engineering. Concrete examples are provided for each of these areas. Trigonometric functions serve as a fundamental tool for mathematically modeling phenomena such as waves, oscillations, motion, and light propagation. For instance, in mechanics, they are used to analyze the oscillations of bodies; in physics, to describe harmonic oscillations; and in astronomy, to calculate the movement of celestial bodies. Trigonometric calculations also play a crucial role in engineering projects when evaluating the stability of structures or determining precise angles and dimensions in architecture.

The goal of this article is to analyze the theoretical foundations and practical uses of trigonometric functions and to highlight their importance in the advancement of science and technology.

Keywords: trigonometry, trigonometric functions, physics, engineering, mechanics, astronomy, applied mathematics, harmonic oscillations, wave motion, structural analysis.

Киришүү. Математика – илимдин негизги тили катары, ар кыл тармактарда – өзгөчө табигый жана техникалык илимдерде – маанилүү роль ойнойт. Анын ичинен тригонометрия – бурчтар менен узундуктардын өз ара байланышын изилдеген бөлүм – физикада, механикада, астрономияда, архитектурада жана инженерияда кеңири колдонулат. Тригонометриялык функциялар (sin x, cos x, tgx, ctgx жана алардын туундулары) гармоникалык термелүүлөрдү, толкундарды, кыймылдын траекториясын жана күч векторлорунун багыттарын моделдөөгө мүмкүнчүлүк берет.

Мисалы, физика жана механика тармактарында күч векторлорун горизонталдык жана вертикалдык компоненттерге бөлүп талдоо үчүн көбүнчө синус жана косинус функциялары колдонулат. Бул ыкма аркылуу кыймылдын ар кандай багыттагы векторлорун декомпозициялоо оңой жүрөт, башкача айтканда, күч же кыймыл векторлорун горизонталдык жана вертикалдык сыяктуу жөнөкөй багыттар боюнча бөлүп талдоо жүргүзүлөт. Декомпозициялоо – бул татаал векторду өз алдынча багыттардагы компоненттерге ажыратуу процесси болуп саналат, ал тригонометриялык функциялар (синус, косинус) аркылуу ишке ашырылат.

Айрыкча, векторлор бир багытта же түз сызыкта жайгашкан учурларда “коллинеардуу тригонометрия” ыкмасын колдонуу актуалдуу болуп саналат. Коллинеардуу тригонометрия – бул чоңдуктардын бир багыттагы (коллинеардык) байланыштарын тригонометриялык функциялар аркылуу талдоо ыкмасы. Бул тууралуу Нестеренко Л.И., Логвин М.М. жана Покидько Л.М. өз изилдөөлөрүндө белгилешкендей: «Коллинеардык тригонометрия жана анын функциялары физикада гармоникалык термелүүлөрдү, толкун кыймылдарын жана башка мезгилдүү процесстерди моделдөөнү камсыз кылат. Тригонометриялык функциялар аркылуу кыймылдардын параметрлерин так жана оңой эсептөөгө мүмкүнчүлүк түзүлөт» [1]. Астрономия жана геодезияда болсо сфералык тригонометрия аралыкты жана багытты так аныктоодо маанилүү роль ойнойт. Бул принциптер GPS, карта түзүү жана навигация системаларында кеңири колдонулат. Мисалы, Dunya T., Amadiegwu S.C. жана Adeyi G.O. белгилешкендей: «Сфералык тригонометрияны колдонуу менен навигацияда, айрыкча дүйнөлүк маршруттарды пландаштырууда жана убакытты эсептөөлөрдө натыйжалуу чечимдер алынат» [2].

Инженердик жана архитектуралык долбоорлордо конструкциянын туруктуулугун камсыз кылууда, жүктүн бөлүштүрүлүшүн эсептөөдө жана жантайуу бурчтарын так аныктоодо тригонометриялык функциялар негизги аспап катары колдонулат. Университеттердин изилдөөлөрүндө мындай ыкмалар күч векторлорун декомпозициялоодо – башкача айтканда, татаал күчтү жөнөкөй багыттар боюнча (мисалы, горизонталдык жана вертикалдык компоненттерге) бөлүп талдоодо – жана конструкцияларды оптималдаштырууда маанилүү экени баса белгиленген [3].

Ошондой эле, заманбап аэронавтика жана космостук техникада жогорку тактыктагы тригонометриялык интерполяция жана экстраполяция ыкмалары колдонулат. Бул тууралуу Чернышов А.Д. жана кесиптештери билдиришет: «Универсалдуу тез тригонометриялык интерполяция жана экстраполяция ыкмалары учуу аппараттарынын координаттарын жогорку тактыкта аныктоого мүмкүндүк берет, бул заманбап технологияларды интеграциялоодо чоң мааниге ээ» [4].

Мындан сырткары, Асанова Ж.К. жана Жайлообекова Ж. белгилешкендей, геометриялык жана тригонометриялык ыкмаларды туура жана максаттуу колдонуу математикалык түшүнүктөрдү өнүктүрүү менен бирге, аларды практикага колдонуунун натыйжалуулугун арттырат: «Геометрияда маселени чыгарууда ар кандай ыкмаларды колдонуу студенттердин логикалык ой жүгүртүүсүн өнүктүрүп, теория менен практиканын байланышын чыңдайт» [5].

Ушуга байланыштуу бул макалада тригонометриялык функциялардын теориялык негиздери жана аларды табигый жана техникалык илимдерде практикалык колдонуу жолдору мисалдар менен баяндалат.

Тригонометриялык функциялар – бул бурчтар менен байланышкан жана айланма кыймылдардагы пропорциялар аркылуу аныкталган математикалык функциялар. Бул функциялар бирдик айлампасынын негизинде аныкталат жана мезгилдүү мүнөзгө ээ. Алар көп учурда төмөнкүдөй көрүнүштөгү моделдөөдө колдонулат:

$$x(t) = A \cdot \cos(\omega t + \varphi)$$

Бул жерде:

- A— амплитуда (термелүүнүн эң чоң кыймыл аралыгы),
- ω— бурчтук жыштык (рад/с),
- t – убакыт (секунда),
- φ— баштапкы фаза (рад).

Бул формула төмөнкү кубулуштарды сүрөттөөдө колдонулат:

- механикалык термелүүлөр (маятник, пружиналуу система),
- электромагниттик толкундар,
- үн жана жарык толкундардын термелүүсү.

Мисалы, узундугу 1 м болгон маятник A=0.2 м амплитуда менен термелсе, анын кыймылы төмөнкүдөй модельделет:

$$x(t) = 0.2 \cdot \cos(\omega t)$$

Мында ω маятниктин термелүү жыштыгына жараша эсептелет:

$$\omega = \sqrt{\frac{g}{L}} = \sqrt{\frac{9.8}{1}} \approx 3.13\,\text{рад/с}$$

Мындан сырткары, механикалык системаларда кыймылдын траекториясын, ылдамдыгын жана ылдамдануусун эсептөөдө тригонометрия негизги курал болуп эсептелет. Айрыкча векторлорду горизонталдуу жана вертикалдуу проекцияларга ажыратууда кеңири колдонулат:

$$\boxed{V_x = V \cdot \cos(\theta), \quad V_y = V \cdot \sin(\theta)}$$

Бул жерде:

- V – жалпы ылдамдык,
- θ – кыймылдын горизонт менен түзгөн бурчу.

Мисал: Бир тело горизонтко карата 45° бурч менен 20 м/с ылдамдыкта ыргытылды. Бул эсептөөлөр аркылуу: учуу убактысын, максималдуу бийиктигин жана ыргытылган аралыкты аныктоо керек.

$$V_{0x} = V_0 \cdot \cos(45^\circ) = 20 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 14.14\,\text{м/с}$$

$$\boxed{V_{0y} = V_0 \cdot \sin(45^\circ) = 20 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 14.14\,\text{м/с}}$$

Учуу убактысы (t): Толук учуп чыгып кайра жерге түшкөн убакыт:

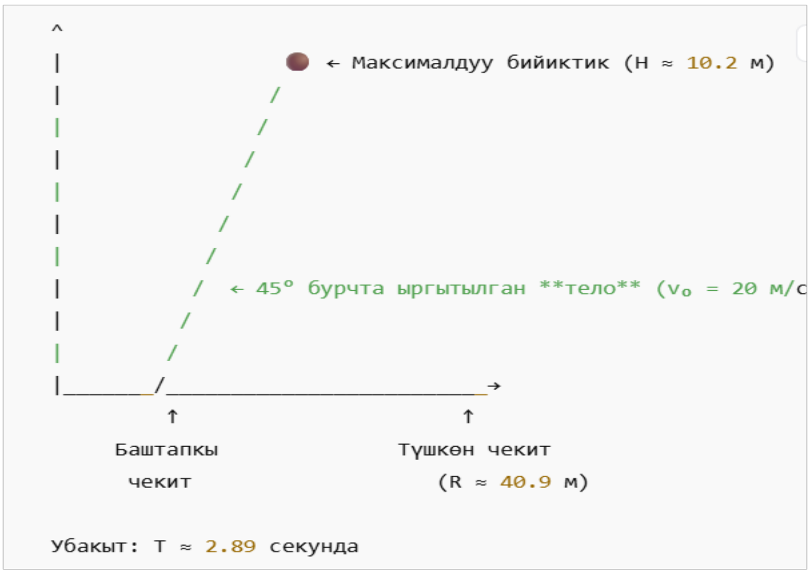
$$\boxed{t = \frac{2 \cdot V_{0y}}{g} = \frac{2 \cdot 14.14}{9.8} \approx \frac{28.28}{9.8} \approx 2.89\,\text{секунд}}$$

Максималдуу бийиктикке көтөрүлгөндө тик ылдамдык 0 болуп калат:

$$H = \frac{V_{0y}^2}{2g} = \frac{(14.14)^2}{2 \cdot 9.8} = \frac{199.6}{19.6} \approx 10.18\,\text{метр}$$

Толук учуп барып жерге түшкөнгө чейинки горизонталдуу аралык:

$$\boxed{S = V_{0x} \cdot t = 14.14 \cdot 2.89 \approx 40.9\,\text{метр}}$$



Бул ылдамдык **учуу убактысынын бүтүндөй жүрүшүндө өзгөрбөйт,** анткени аба каршылыгы эске алынбайт.

Астрономияда тригонометрия космос мейкиндигин изилдөөдө маанилүү курал болуп саналат. Астрономиялык объекттердин орду, аралык жана кыймылын аныктоо үчүн бурчтар менен аралыкты эсептөө зарыл.

Мисалы, сфералык тригонометрия – астрономияда жер бетиндеги жана асман сферасындагы бурчтарды жана аралыкты эсептөөдө колдонулат. Жердин айлануусу жана асман телолорунун кыймылы бурчтар аркылуу изилденет.

Сфералык тригонометриялык формулалар: Эң негизги формулалардын бири – сферикалык тригонометриянын косинус формуласы:

$$\cos c = \cos a \cdot \cos b + \sin a \cdot \sin b \cdot \cos C$$

Бул жерде:

- a,b,c – сферикалык үч бурчтун капталдарынын узундугу (радиан),
- C – үч бурчтун капталдарынын ортосундагы бурч.

Бул формула астрономияда эки асман объектисинин ортосундагы бурчту жана аралыкты эсептөөдө колдонулат. Маселен, асмандагы эки жылдыздын ортосундагы бурчту аныктоо.

Мисал: Жердин эки пунктунун координаталары белгилүү болгондо, алардын ортосундагы геодезиялык аралыкты эсептөөнү карайлы. Пункттардын координаталары:

- Биринчи пункт: $\phi_1 = 40^\circ$, $\lambda_1 = 70^\circ$
- Экинчи пункт: $\phi_2 = 42^\circ$, $\lambda_2 = 75^\circ$

Геодезиялык аралыкты эсептөө үчүн сферикалык тригонометриянын косинус формуласы колдонулат:

$$\cos d = \sin \phi_1 \sin \phi_2 + \cos \phi_1 \cos \phi_2 \cos(\lambda_2 - \lambda_1)$$

Бул жерде d – жер бетиндеги эки пункттун ортосундагы борбордук бурч. Андан кийин, бул бурчка жердин радиусун (жалпысынан 6371 км) көбөйтүп, аралык табылат.

Инженердик тармактарда тригонометриялык функциялар механикалык системаларды, электр схемаларын жана курулуш долбоорлорун талдоодо колдонулат. Көпчүлүк инженердик эсептөөлөрдө күч векторлорунун бөлүнүшү, кыймылдын траекториясы жана структуралык анализ үчүн тригонометрия зарыл.

Мисал: Курулуштагы күч векторлорунун бөлүнүшү. Темир устунду ийүү үчүн анын учуна горизонт менен 30° бурчта багытталган F=1000 N чоңдуктагы күч колдонулду. Бул күч устунга таасир эткенде кандай горизонталдык жана вертикалдык күчтөр пайда болорун

$$\boxed{\begin{aligned} F_x &= F \cdot \cos 30^\circ = 1000 \times 0.866 = 866\,N \\ F_y &= F \cdot \sin 30^\circ = 1000 \times 0.5 = 500\,N \end{aligned}}$$

аныктоо керек.

Бул эсептөөлөр инженерге структурага түшкөн жүктөрдү туура бөлүштүрүп, коопсуздук ченемдерин сактоого жардам берет.

Техникалык тармактарда тригонометриялык функциялар айрыкча механикалык жана электр жабдууларды иштеп чыгууда, кыймылдарды жана сигналдарды туура анализдөөдө маанилүү ролду ойнойт. Айланма кыймылдардагы тетиктердин кыймыл траекториясын так аныктоо, гармониялык термелүүлөрдү моделдөө жана мезгилдүү процесстерди изилдөө үчүн тригонометриялык функциялар колдонулат.

Мисалы, ички күйүү кыймылдаткычтарында поршендин кыймылын математикалык моделдөө үчүн синус жана косинус функциялары колдонулат. Поршень цилиндр ичинде өйдө-төмөн кыймылдап, бул кыймыл коленвалдын айлануу кыймылы менен байланышкан. Тригонометриялык функциялардын жардамы менен поршендин абалы убакытка жараша так эсептелет, бул кыймылдын фазалык мүнөздөмөлөрүн, клапандардын ачылуу жана жабылуу убактысын аныктоого мүмкүндүк берет.

Ошондой эле электр инженериясында синусоидалдуу сигналдар – бул электрдик токтордун, радио толкундардын негизги модели. Электрдик схемаларды, радиожыштык каттамдарды талдоодо тригонометриялык функциялар негизги инструмент болуп саналат. Тригонометриялык функциялар (синус, косинус ж.б.) радиожыштык сигналдарын моделдөөнү, **сигналдын амплитудасын, фазасын жана жыштыгын** эсептөөнү камсыз кылат.

$$A \cdot \sin(2\pi f t + \varphi)$$

бул жыштыгы f, фазасы φ, амплитудасы A болгон радиосигналдын математикалык модели.

Оптикада жарыктын сынуусу, чагылуусу жана интерференциясын түшүнүү үчүн да тригонометрия колдонулат. Мисалы, жарык толкундарынын бурчтук таралышын эсептөөдө sin жана cos функциялары колдонулат.

Механикалык автоматташтырылган системаларда, мисалы, роботтук манипуляторлордо, кыймылдарды пландаштыруу жана башкаруу үчүн тригонометриялык эсептөөлөр зарыл.

Поршендин кыймылын моделдөө. Машинанын ички күйүү кыймылдаткычындагы поршендин кыймылы тригонометриялык функциялардын техникалык илимдердеги колдонулушуна ачык мисал болот. Поршендин өйдө-төмөн кыймылын убакытка жараша

$$x(t) = A \cdot \cos(\omega t + \varphi)$$

формуласы менен моделдөөгө болот. Бул формула поршендин гармониялуу жана мезгилдүү кыймылын чагылдырса, техникалык эсептөөлөрдө жана компьютердик симуляцияларда абдан чоң мааниге ээ.

Мында:

- A – поршендин амплитудасы (кыймылдын жарым узундугу),
- ω – бурчтук жыштык (айлануунун ылдамдыгы радиан/секунд),
- t – убакыт,
- φ— фазалык жылыш.

Эгер кыймылдаткыч 3000 об/мин ылдамдыкта иштеп жатканда, бурчтук жыштык:

$$\omega = \frac{2\pi \times 3000}{60} = 314.16 \text{ радиан/секунд}$$

Поршендин амплитудасы 5 см болсо, кыймылдын теңдемеси:

$$x(t) = 0.05 \cdot \cos(314.16 \cdot t)$$

Бул формула инженерлерге поршендин кайсы учурда, кайсы абалда экенин так эсептөөгө, клапандарды туура иштетүүгө жана кыймылдын динамикасын талдоого мүмкүндүк берет.

Жыйынтык. Бул макалада тригонометриялык функциялардын табигый жана техникалык илимдердеги мааниси жана колдонулушу кеңири каралды. Тригонометриялык функциялар – синус, косинус, тангенс сыяктуу математикалык инструменттер – физикада, механикада, астрономияда, инженерияда жана архитектурада ар түрдүү кубулуштарды моделдөөдө жана эсептөөлөрдү жүргүзүүдө негизги ролду ойнойт.

Физикада жана механикада бул функциялар гармоникалык термелүүлөрдү, толкун кыймылдарын жана вектордук анализди так жүргүзүү үчүн колдонулат. Астрономияда асман телолорунун кыймылын эсептөөдө жана жылдыздарга чейинки аралыкты аныктоодо тригонометриялык методдор негизги курал болуп саналат. Инженерияда конструкцияларды долбоорлоо, жүктөрдү бөлүштүрүү жана нерселердин туруктуулугун талдоодо тригонометриясыз иш жүргүзүү мүмкүн эмес. Ал эми техникалык тармактарда – кыймылдаткычтардын, автоматташтырылган механизмдердин кыймылын моделдөө жана сигналдарды талдоо үчүн колдонулат.

Тригонометриялык функциялар илим менен техниканын өнүгүүсүнө олуттуу салым кошуп, комплекстүү процесстерди математикалык жактан так түшүнүүгө жана башкарууга мүмкүндүк берет. Бул илимий жана практикалык инструменттердин мааниси заманбап технологиялардын ар бир тармагында өсүүдө.

Ошентип, тригонометриялык функциялардын теориялык негиздерин жана алардын табигый жана техникалык илимдердеги кеңири колдонулушун түшүнүү – илимпоздорго, инженерлерге жана адистерге комплекстүү маселелерди чечүүдө чоң жардам берет.

Адабияттар:

1. Асанова, Ж.К., Жайлообекова, Ж. Некоторые методы решения геометрии. [Текст] // Вестник КГУ им. И.Арабаева – 2017. – №2. – С. 269–273.
2. Нестеренко, Л.И., Логвин, М.М., Покидько, Л.М. О применении коллинеарной тригонометрии в физике [Текст] // Вестник Национального авиационного университета. – 2010. – №1(12). – С. 123–128.
3. Dunya, T., Amadiegwu, S.C., Adeyi, G.O. Applications of Spherical Trigonometry in Marine Navigation [Text] // Interdisciplinary Journal of Research. – 2025.

4. University of Zadar, University of Rijeka. An Axiom of True Courses Calculation in Great Circle Navigation [Text] // Journal of Marine Science and Engineering. – 2021. – Vol. 9, Issue 6. – Article №603.
5. Чернышов, А.Д., Никифорова, О.Ю., Горяинов, В.В., Кузнецов, С.Ф., Рукин, И.Г. Применение универсальной быстрой тригонометрической интерполяции и экстраполяции для определения координат точки запуска летательного аппарата [Текст] // Журнал «Автоматизация и современные технологии». – 2024.

Рецензент: педагогика илимдеринин кандидаты, доцент Сагыналиева Н.К.